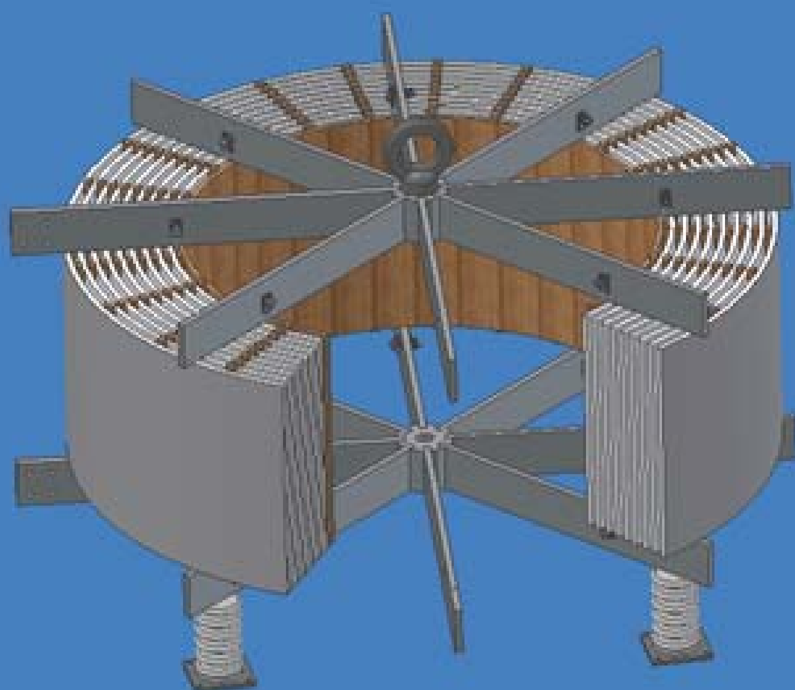
Anoaica Nicolae

Anoaica Paul - Gabriel

# Bobine de reactanță fără miez feromagnetic



Craiova, 2009

**Anoaica Nicolae** **Anoaica Paul - Gabriel**

# Bobine de reactanţă fără miez feromagnetic

**2009**

**Referenți științifici:**
**Prof.univ.dr.ing. Petre TUŞALIU**
**Conf.univ.dr.ing. Eleonor STOENESCU**
**Facultatea de Electrotehnică**
**Universitatea din Craiova**



**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**

**ANOAICA, PAUL GABRIEL**
**Bobine de reactanță fără miez feromagnetic** / Anoaica Paul-Gabriel. - Craiova : Universitaria, 2009
Bibliogr.
ISBN 978-606-510-465-5

621.318.43

Apărut: 2009
**Tipografia Universității din Craiova**
Str. Brestei, nr.156A, Craiova, Dolj, România
Tel.: +40 251 598054
Tipărit în România

# Prefaţă

Lucrarea se adresează inginerilor electrotehnicieni proiectanţi, energeticienilor şi specialiştilor în acţionări electrice, care se confruntă cu problematica dimensionării bobinelor de reactanţă limitatoare de curent fără miez feromagnetic conectate în serie în circuitele electrice, precum şi studenţilor care se pregătesc în specialităţile electrotehnică, energetică şi acţionari electrice.

Conţinutul volumului este organizat în următoarele 2 părţi: teoretizarea şi rezolvarea problemelor – în prima parte – şi realizarea calculului într-un caz concret, bazat şi pe un *software* propriu – în partea Anexă.

Se urmăreşte clarificarea acestui tip de problematică, pe baza unei experienţe în domeniu de aproximativ 35 de ani, în ideea în care practica electrotehnică la nivel naţional este într-o stare de declin vremelnic. Se doreşte astfel predarea unei ştafete, pentru a se reporni dintr-un teren „desţelenit“.

Autorii

# Cuprins:

# Bobine de reactanţă fără miez feromagnetic

## 1. Introducere

Noţiunea de bobina de reactanţa sau de bobina de inductanţa este atribuita elementelor unui circuit electric sau ale unui sistem energetic care în regim electromagnetic cvasistaţionar sunt considerate ca având numai o inductivitate, respectiv o reactanţa inductivă.

Introducerea acestora în sistemul energetic are drept scop producerea unei căderi de tensiune când este parcursa de un curent alternativ sau un curent variabil în timp, respectiv realizarea unui schimb de putere reactiva cu sistemul.

Căderea de tensiune în curent alternativ produsa de bobina de reactanţă, în ipoteza că se neglijează rezistenţa înfăşurării şi se consideră regimul cvasistaţionar, este dată de relaţia:

$$U_b = 2\pi \cdot f \cdot L \cdot I .$$

Căderea de tensiune este proporţională cu valoarea efectivă a curentului $I$ şi cu frecvenţa $f$, dacă se presupune că inductivitatea $L$ a bobinei este constantă.

Puterea reactivă a bobinei este:

$$Q = U_b^2/(2\pi \cdot f \cdot L) ;$$

Puterea reactivă variază proporţional cu pătratul tensiunii la bornele bobinei, dacă inductivitatea $L$ este presupusă constantă. La bobinele cu miez de fier, odată cu creşterea tensiunii se produce saturaţia miezului feromagnetic; inductivitatea $L$ scade, având ca

urmare o creştere a puterii reactive în funcţie de tensiunea la borne mai rapidă decât cu pătratul valorii tensiunii.

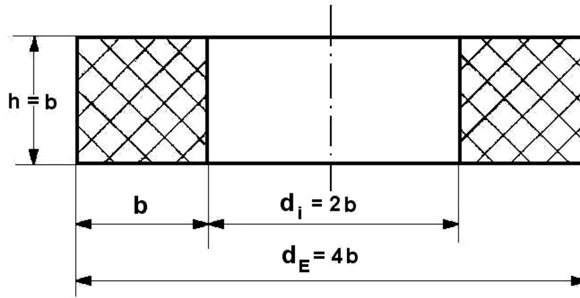



**Figura 1:** Dimensiunile optime ale bobinei fără miez feromagnetic

Bobinele de reactanţă se utilizează în diferite scopuri: pentru compensarea puterii reactiv – capacitive în reţelele electrice, pentru limitarea curenţilor de scurtcircuit în sistemul energetic sau pentru limitarea curenţilor de pornire la motoarele de inducţie, pentru filtrarea armonicilor din curba curentului alternativ sau pentru netezirea curentului continuu în instalaţiile de redresare, pentru tratarea reţelelor electrice împotriva punerilor la pământ, precum şi pentru protecţia liniilor de înaltă tensiune împotriva supratensiunilor.

Construcţia bobinelor cilindrice fără miez feromagnetic cu dimensiunile din figura 1 corespund unui optim tehnico-economic, realizând la o valoare data a inductivităţii, un volum minim al înfăşurărilor. Construcţia optimă se obţine atunci când sunt îndeplinite următoarele condiţii [3], [8]:

- bobina este pătrată: $h = b = a$;

- latura pătratului are valoarea: $b = d_m / 3$, unde $d_m = (d_i + d_E) / 2$ este diametrul mediu al înfăşurării; rezultă că diametrul interior al înfăşurării va fi $d_i = 2 \cdot b$ (raza interioară a înfăşurării este $R_i = b$), iar diametrul exterior al înfăşurării: $d_E = 4b$.

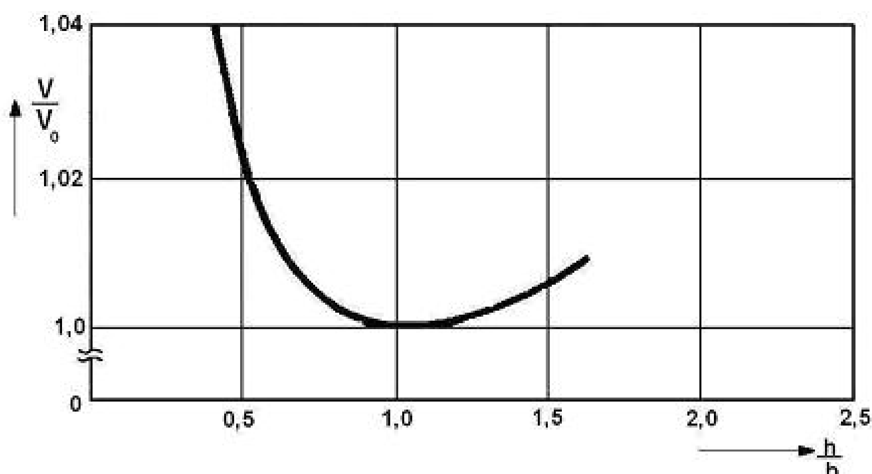



**Figura 2:** Funcţia $V / V_0 = f(h / b)$

Construcţia optimă nu este critică în sensul că la abateri relativ însemnate ale raportului dimensiunilor rezultă o creştere relativ mică a volumului. În figura 2 s-a reprezentat grafic volumul bobinei $V$ raportat la volumul corespunzător construcţiei optime $V_0$, în funcţie de raportul dintre înălţimea $h$ a acesteia şi raza sa interioară $R_i = b$; din graficul reprezentat în figura 2 rezultă ca se pot construi bobine cu rapoarte ale dimensiunilor diferite – între anumite limite– faţă de cele optime, deoarece creşterea volumului înfăşurării este relativ mică.

La proiectarea bobinelor se urmăreşte faptul ca suprafaţa ocupată de bobine să fie cât mai mică pentru a ocupa cat mai puţin din suprafaţa staţiei electrice în care se va monta; în acest scop bobinele fără miez feromagnetic se construiesc cu o înălţime mai mare decât înălţimea optimă. Această construcţie este favorabila şi pentru procesul de transmisie a căldurii, deoarece creşte suprafaţa bobinei.

Condiţiile principale pe care trebuie să le satisfacă construcţia bobinelor fără miez feromagnetic sunt următoarele [7]:

- Sa prezinte o stabilitate mecanică corespunzătoare la acţiunea

forţelor electrodinamice produse de curentul de scurtcircuit brusc maxim admisibil;

- Sa asigure o transmisie bună a căldurii dezvoltate în bobina în regimul de funcţionare în regimul de durată, astfel încât valoarea temperaturii conductoarelor sa fie sub valoarea maximă admisibilă determinată de clasa de izolaţie; căldura dezvoltată în regimul tranzitoriu de curentul de scurtcircuit să nu conducă la o temperatură care să depăşească valoarea permisă în funcţie de clasa de izolaţie şi de natura materialului;

- Să prezinte o izolaţie corespunzătoare între spire – între borne dar şi faţă de masa – la valoarea maxima a tensiunii care apare la bornele bobinei în regimul tranzitoriu.

Bobina de reactanţă fără miez feromagnetic realizată cu înfăşurarea din solenoizi concentrici conectaţi în paralel asigură îndeplinirea condiţiilor tehnice mai sus menţionate.

## 2. Calculul de predimensionare al bobinei de reactanţă fără miez feromagnetic, realizată din solenoizi concentrici, cu înălţimi egale, conectaţi în paralel

Inductivitatea unei bobine de reactanţă cilindrice, fără miez feromagnetic, poate fi determinată cu următoarele relaţii de calcul [1-3]:

$$L = \lambda \cdot D \cdot w^2 \cdot 10^{-7} \quad [H], \qquad (1)$$

unde:

- λ este un coeficient care depinde de geometria bobinajului şi este dat în nomogramele din figura 3 (a şi b), în funcţie de rapoartele: $d_i / d_E$ şi $h / d_E$ ($d_E / h$);

- $d_E$ [$m$]- diametrul exterior al bobinajului;

- $d_i$ [$m$]- diametrul interior al bobinajului;

- $h$ [$m$]- înălţimea bobinei (dimensiunea pe direcţie axială a bobinajului);

- $w$ - numărul de spire care ocupă întregul volum al bobinajului.

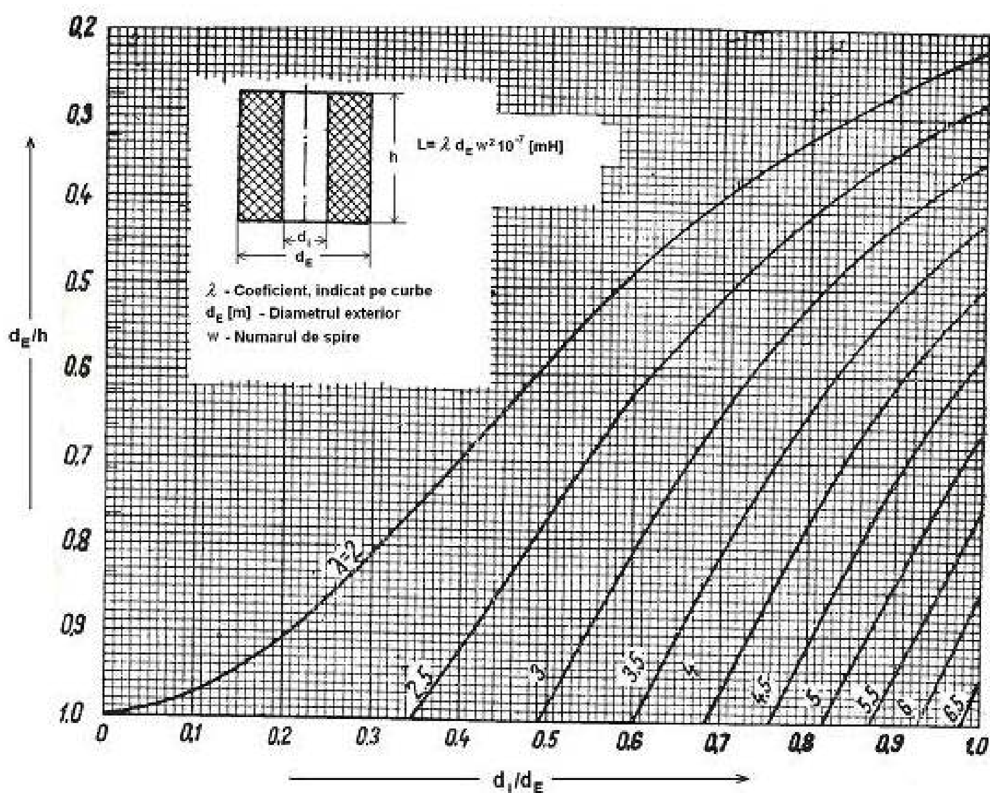



**Figura 3.1:** Nomogramele pentru determinarea coeficientului λ din formula (1)

$$L = \mu_0 \cdot w^2 \cdot \frac{\pi \cdot d_m^2}{4} \cdot \frac{1}{h_L} \cdot k_L \quad [H], \qquad (2)$$

unde:

- $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ [$H / m$], permeabilitatea vidului;

- $w$ - numărul de spire care ocupă întregul volum al bobinajului;

- $d_m$ [$m$] - diametrul mediu al bobinajului;

- $h$ [$m$] - înălţimea bobinei (dimensiunea pe direcţie axială a bobinajului);

- $k_L$ - un coeficient ce depinde de geometria bobinajului şi este dat în nomogramele din figura 4, în funcţie de rapoartele: $h$ / $d_m$ şi $b$ / $d_m$, în care $b$ [$m$] este grosimea bobinajului (dimensiunea pe direcţie radială).

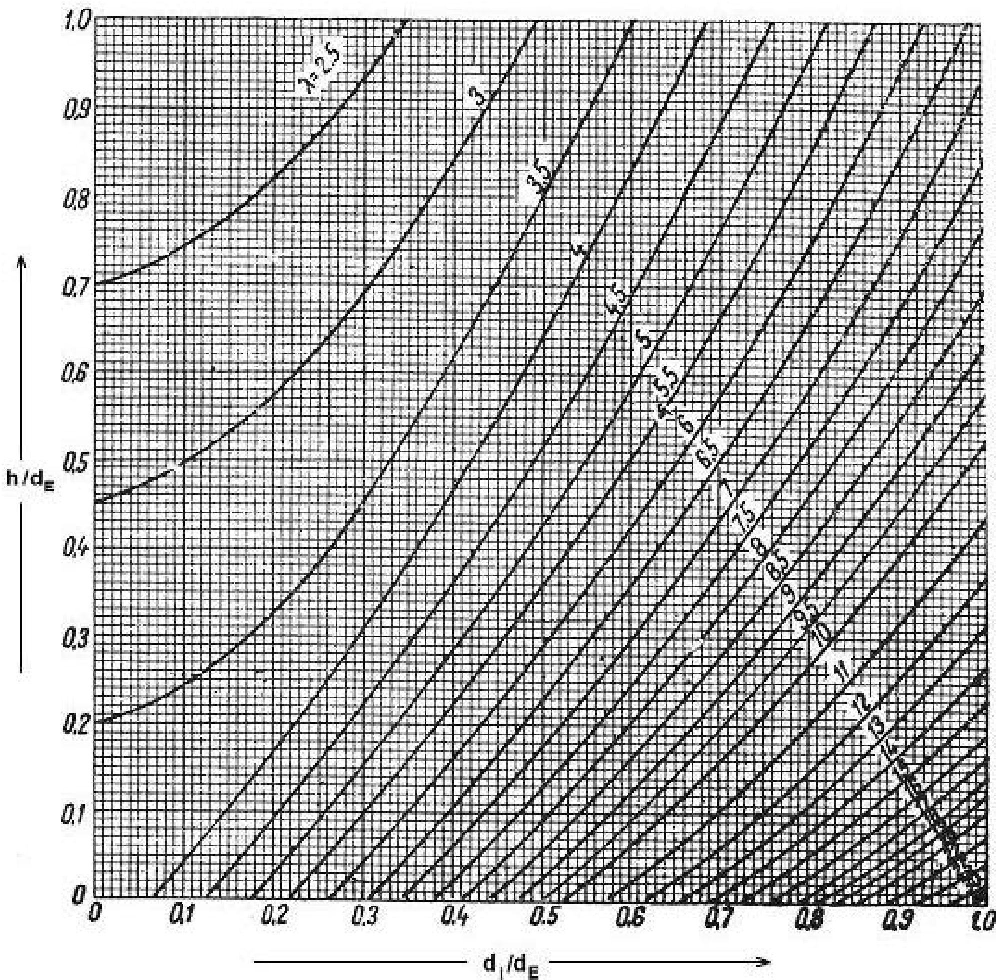



**Figura 3.2:** Nomogramele pentru determinarea coeficientului λ din formula (1)

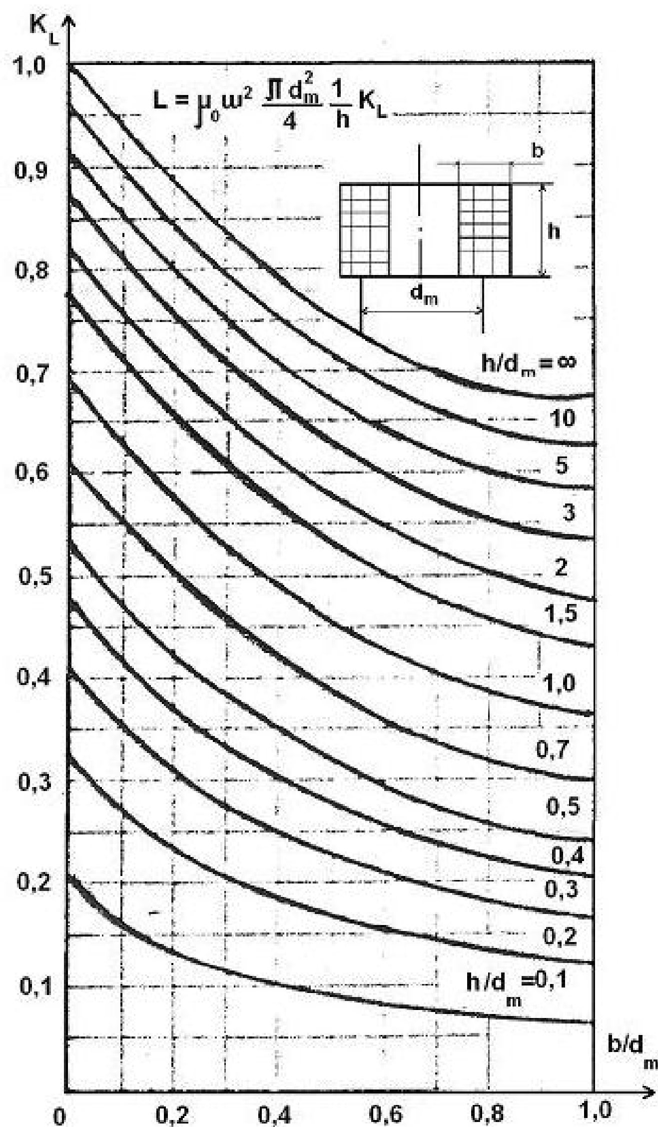



**Figura 4.1:** Nomogramele pentru determinarea coeficientului „$K_L$" din formula (2)

$$L = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot w^2 \cdot d_m \cdot \phi \quad [H], \tag{3}$$

unde:

- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [*H* / *m*], permeabilitatea vidului;
- *w* - numărul de spire care ocupă întregul volum al bobinajului;
- $d_m = \frac{1}{2}(d_E + d_i)$ [*m*] - diametrul mediu al bobinajului;

- ϕ - o mărime a cărei valoare poate fi determinată din nomogramele reprezentate în figura 5 (a, b şi c), în funcţie de parametrii ρ şi α; pe axa absciselor s-a reprezentat parametrul: $\rho = b / d_m$, în care $b = ½ (d_E - d_i)$ [m] este grosimea bobinajului (dimensiunea pe direcţie radială) - iar pe axa ordonatelor s-a reprezentat parametrul $\alpha = h / d_m$, în care *h* este înălţimea bobinajului (dimensiunea pe direcţie axială).

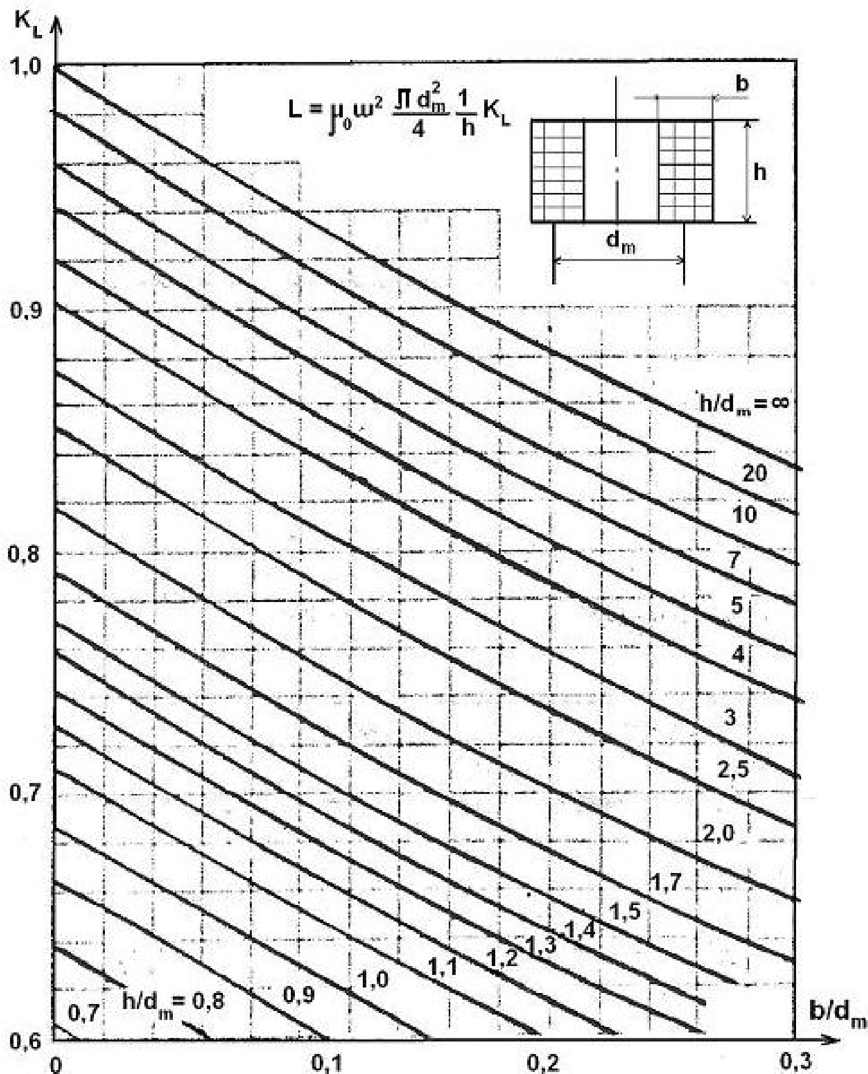



**Figura 4.2:** Nomogramele pentru determinarea coeficientului „$K_L$" din formula (2)

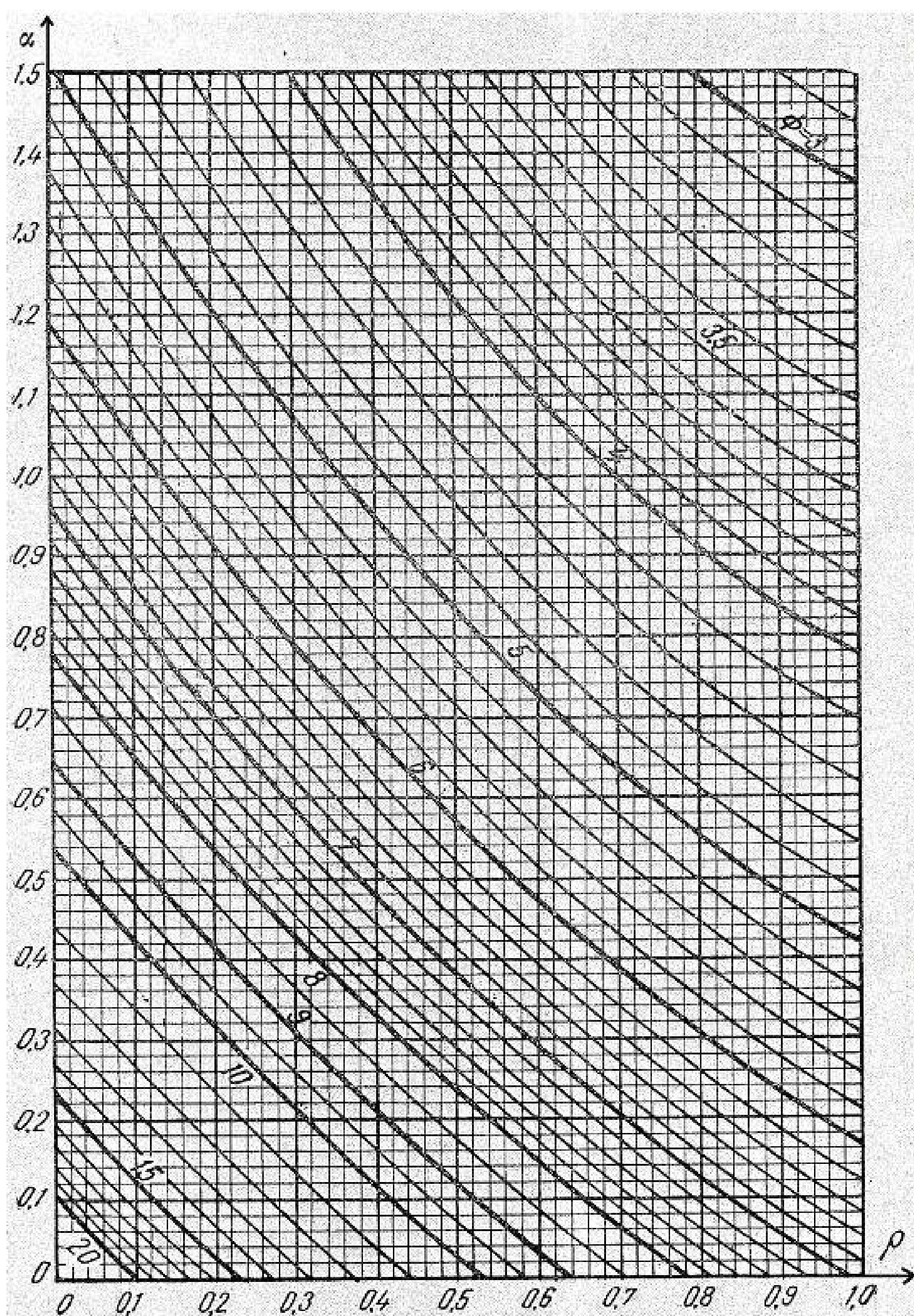



**Figura 5.1:** Nomogramele pentru determinarea coeficientului ϕ din formula (3)

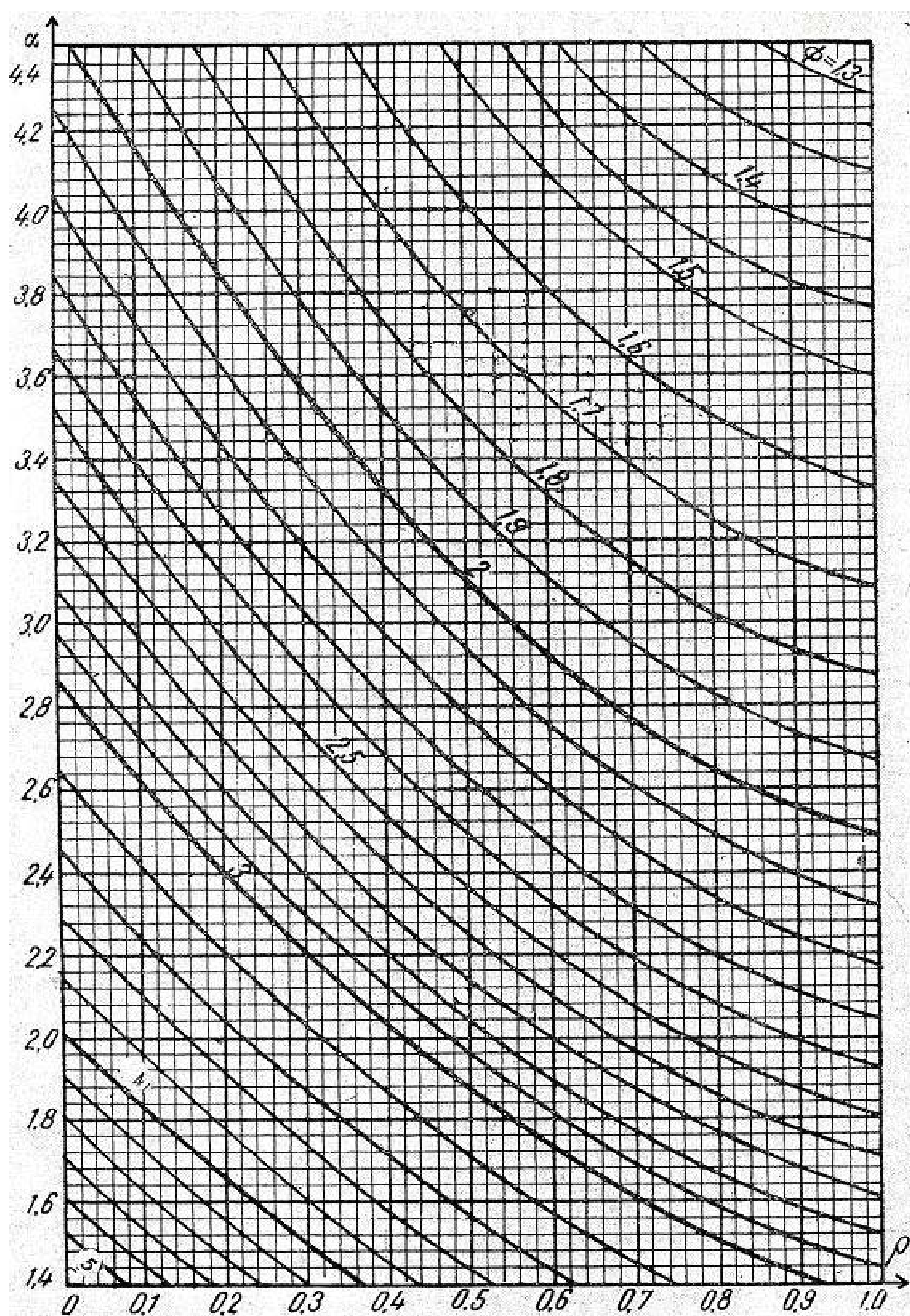



**Figura 5.2:** Nomogramele pentru determinarea coeficientului ϕ din formula (3)

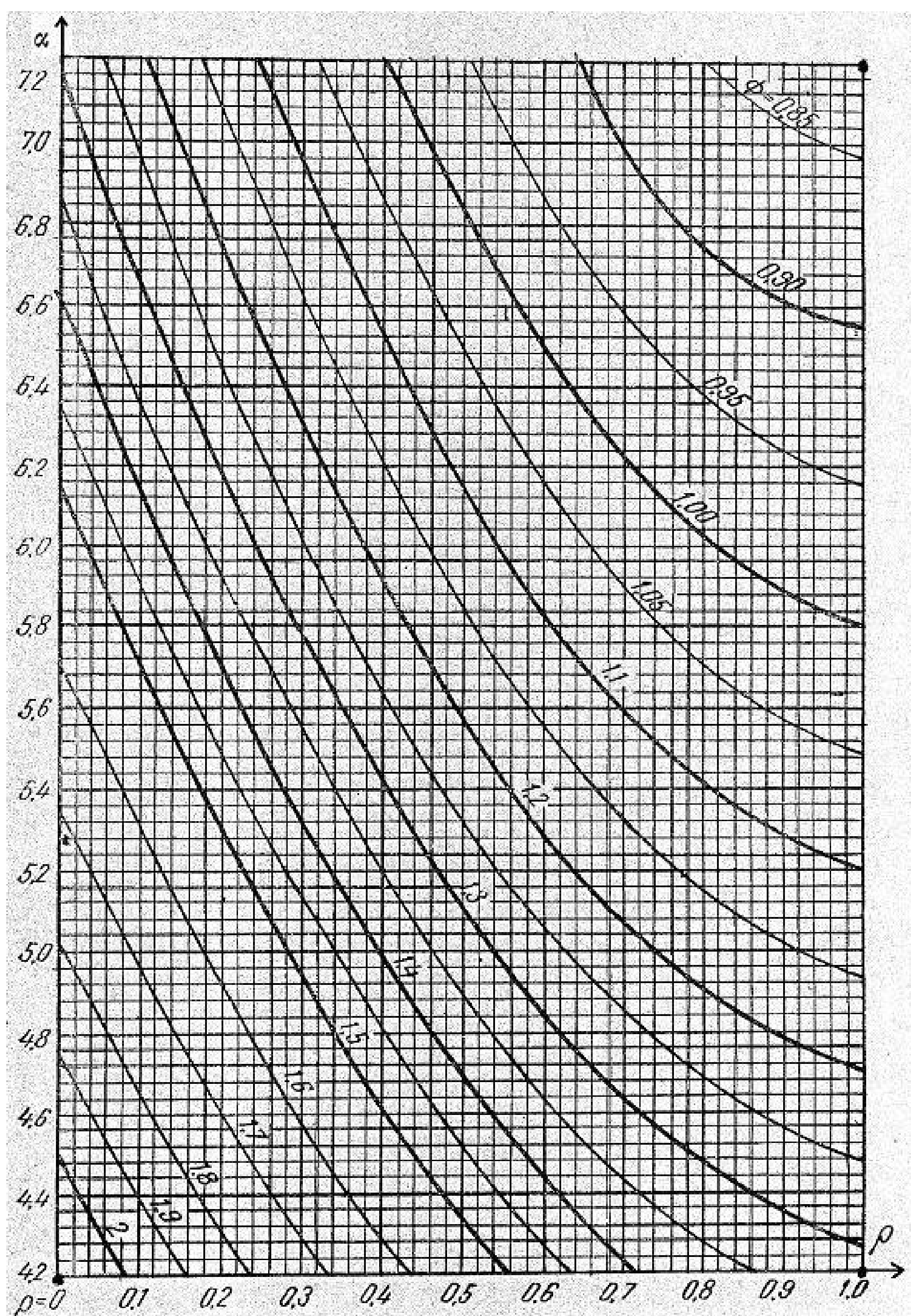



**Figura 5.3:** Nomogramele pentru determinarea coeficientului ϕ din formula (3)

În figura 6 este prezentată schematic secţiunea longitudinală a unei bobine realizata din „*N*" solenoizi concentrici conectaţi în paralel.

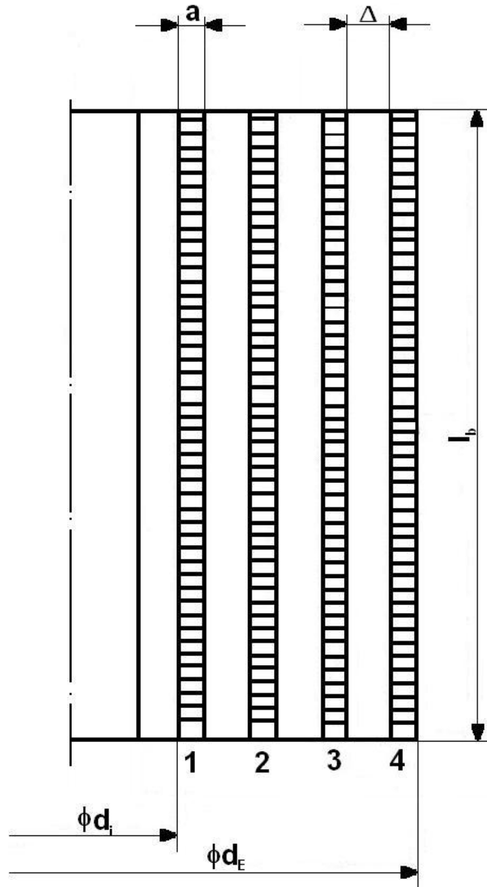



**Figura 6:** Dimensiunile geometrice ale unei bobine cilindrice realizata din „*N*" solenoizi conectaţi in paralel.

Din analiza relaţiilor de calcul (1), (2) şi (3) rezultă ca în cazul unei bobine care are geometria bobinajului predeterminată, inductivitatea „*L*" este o funcţie care variază linear cu pătratul numărului de spire:

$$L = k_f \cdot w^2 , \tag{4}$$

unde:

- $k_f$, este coeficientul de formă – un invariant pentru bobinele care au dimensiunile identice;

- $w$, este numărul de spire care ocupă întreg volumul bobinajului.

Considerăm bobina prezentată în figura 7 cu dimensiunile invariante:

- fereastra bobinei: $\Delta R \times h$, unde $\Delta R = b = ½ (d_E - d_i)$ este grosimea bobinajului (dimensiunea pe direcţie radială), iar $h$ este înălţimea bobinajului (dimensiunea pe direcţie axială);

- diametrele: $d_i$ şi $d_E$.

Pentru un număr de spire $w_N$, care ocupă întreaga fereastră a bobinei „ $\Delta R \times h$ ”, $\Rightarrow$

$$L_N = k_{f'} \cdot w_N^2 , \qquad (5)$$

În ipoteza în care fiecare spiră a celor „$w_N$” spire este formata dintr-un mănunchi de spire elementare cu secţiunea $g^2 = 1\ mm^2$, atunci numărul de spire elementare care ocupă întreaga fereastră a bobinei va fi dat de relaţia:

$$w' = \frac{n_0 \cdot n_V \cdot N}{g^2} \cdot w_N , \qquad (6)$$

unde:

- $n_0 \cdot n_V \cdot N\ [m^2]$, este secţiunea aparentă a spirei bobinei, în care $n_0$ şi $n_V$ - sunt dimensiunile pe direcţie radială, respectiv axială, a secţiunii dreptunghiulare a spirei solenoidului (sunt incluse atât majorările datorate izolaţiei conductoarelor cât şi cele datorate creşterii pe ambele direcţii ale bobinajului), iar $N$ - este numărul de solenoizi conectaţi în paralel;

- $g^2 = 1 \cdot 10^{-6}\ m^2$, secţiunea spirei elementare.

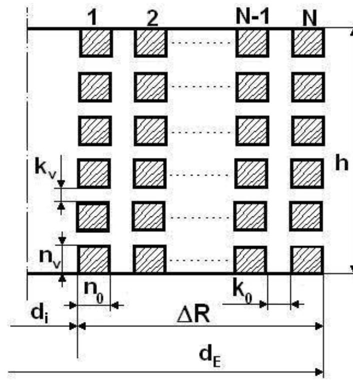



**Figura 7:** Notaţiile folosite pentru determinarea inductivităţii de calcul „$L_c$" pentru bobina echivalentă

Inductivitatea acestei bobine va fi dată de relaţia:

$$L_B = k_{f'} \cdot w'^{\,2} \,. \tag{7}$$

Din relaţiile (5), (6) şi (7) rezultă

$$L_B = \left(\frac{n_0 \cdot n_V \cdot N}{g^2}\right)^2 \cdot L_N \,. \tag{8}$$

Dacă considerăm că întreg spaţiul disponibil al ferestrei bobinei „$\Delta R \times h$" (inclusiv spaţiile aferente canalelor de răcire şi izolaţiei conductorilor), este umplut compact cu spirele elementare de secţiune $g^2 = 1mm^2$, atunci se obţine o bobină echivalentă care are inductivitatea de calcul „$L_c$" dată de relaţia:

$$L_c = k_{f'} \cdot w''^{\,2} \,, \tag{9}$$

unde:

$$w'' = \frac{(n_0 + k_0)\cdot(n_v + k_v)}{g^2} \cdot N \cdot w_N \,. \tag{10}$$

Din relaţiile (5), (9) şi (10) rezultă expresia inductivităţii de calcul „$L_c$" a bobinei echivalente:

$$L_c = \left[\frac{(n_0 + k_0)\cdot(n_v + k_v)}{g^2} \cdot N\right]^2 \cdot L_N \,. \tag{11}$$

Combinând relaţiile (8) şi (11) rezultă:

$$\frac{L_C}{L_B}=\left[\frac{(n_0+k_0)\cdot(n_v+k_v)}{n_0\cdot n_v}\right]^2=\left(1+\frac{k_0}{n_0}+\frac{k_v}{n_v}+\frac{k_0\cdot k_v}{n_0\cdot n_v}\right)^2. \quad (12)$$

Din combinaţia relaţiilor (8) şi(12) ⇒

$$L_c=\left(\frac{n_0\cdot n_v}{g^2}\cdot N\right)^2\cdot\left(1+\frac{k_0}{n_0}+\frac{k_v}{n_v}+\frac{k_0\cdot k_v}{n_0\cdot n_v}\right)^2, \quad (13)$$

dar, $n_0 \cdot n_v \cdot N = k_M \cdot I_N / j_N$, unde $k_M = n_0 \cdot n_v / \Sigma s_c$ - este factorul de majorare al secţiunii spirei solenoidului, în care: $n_0 \cdot n_v$ - este secţiunea aparentă a spirei solenoidului (vezi formula (6)), $\Sigma s_c$ este secţiunea reală a spirei solenoidului); $I_N$ [$A$]- este valoarea curentului nominal al bobinei, iar $j_N$ [$A/m^2$] - este densitatea de curent utilizată. Rezultă:

$$L_c=\left(k_M\cdot\frac{I_N}{g^2\cdot j_N}\right)^2\cdot\left(1+\frac{k_0}{n_0}+\frac{k_v}{n_v}+\frac{k_0\cdot k_v}{n_0\cdot n_v}\right)^2\cdot L_N \quad (14)$$

Volumul minim al înfăşurărilor se obţine pentru bobina echivalentă care are fereastra un pătrat cu latura „$\Delta R = b$" dată de relaţia [3]:

$$b^5=\frac{4\pi}{\mu_0}\cdot g^4\cdot\frac{L_C}{25{,}5}; \quad (15)$$

unde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [$H/m$] este permeabilitatea vidului iar $g = 1 \cdot 10^{-3}$ [$m$] – latura conductorului elementar cu secţiunea $g^2 = 1\cdot10^{-6}m^2$. Rezultă:

$$b=10^{-1}\cdot\left(\frac{L_C}{25{,}5}\right)^{\frac{1}{5}}\ [m]\,. \quad (16)$$

Dimensiunile optime ale bobinei pătrate echivalente sunt (vezi figura 7):

$$h = b\,;\quad d_m = 3\cdot b\,;\quad d_i = 2\cdot b\,;\quad d_E = 4\cdot b\,. \quad (17)$$

La bobina fără miez feromagnetic executată din mai mulţi

solenoizi concentrici conectaţi în paralel trebuie realizată egalizarea curenţilor pe fiecare solenoid în parte:

$$I_1 = I_2 = \cdots = I_i = \cdots = I_k = \cdots = I_n \,. \qquad (18)$$

Se determină impedanţa fiecărei căi de curent în parte cu ajutorul „Relaţiilor lui Maxwell privitoare la inductivităţi" [4]. În ipoteza în care valorile curenţilor pe fiecare cale sun identice, atunci şi valorile impedanţelor fiecărei căi de curent conectate în paralel trebuie să fie identice:

$$Z_1 = Z_2 = \cdots = Z_i = \cdots = Z_k = \cdots = Z_n \,; \qquad (19)$$

unde $Z_i = \sqrt{R_i^2 + (\omega \cdot L_i)^2}$ iar $L_i = L_{ii} + \sum_{i \neq k = 1}^{n} M_{ik}$ .

Elementele necunoscute ale sistemului de ecuaţii (19) sunt constituite din numărul de spere „$w_i$" al fiecărui solenoid care aparţine mulţimii celor„n" solenoizi conectaţi în paralel.

Acest sistem de ecuaţii poate fi rezolvat cu ajutorul unui program *software* specializat. Numărul de spire „$w_1$" al primului solenoid (solenoidul cu diametrul cel mai mic) va rezulta cel mai mare si implicit înălţimea „$h_1$" a acestui solenoid va fi cea mai mare. Ceilalţi solenoizi vor avea un număr mai mic de spire $w_i < w_1$. Totuşi, toţi solenoizii vor avea înălţimile egale cu înălţimea primului solenoid! Dar cum densitatea spirelor este aceeaşi pentru toţi solenoizii, va rezulta o zonă fără spire (determinată de diferenţa de spire: $w_1$ - $w_i$) la solenoizii 2÷$n$, care va fi centrată la jumătatea înălţimii solenoizilor. Amplasarea acestor „zone fără spire" la jumătatea înălţimii solenoizilor este justificată din motive tehnologice, dar şi din motive tehnico-economice. Amplasarea „zonelor fără spire" la capetele

solenoizilor sau distribuirea uniforma a acestora pe întreaga lungime a solenoizilor sunt soluţii tehnice netehnologice, care ar conduce implicit la costuri suplimentare de materiale şi manopera.

## 3. Schimbul de căldură

Agentul de răcire la o bobină de reactanţă uscată fără miez feromagnetic este aerul, care primeşte căldură de la înfăşurare. Răcirea cea mai simplă şi cea mai frecvent întâlnită este în circuit deschis, când aerul rece, intrând în bobina din mediul ambiant, este evacuat după încălzire din nou spre mediul ambiant.

Bobinele uscate se construiesc cu înfăşurările cilindrice, având axa situată pe verticala locului [7].

Executarea înfăşurării din solenoizi cilindrici concentrici, separaţi între ei prin canale de răcire, permite o răcire intensivă a înfăşurărilor, datorită efectului de tiraj produs de curentul de aer încălzit.

Pentru o bobina de reactanţă uscată, realizata din solenoizi concentrici, schimbul de căldură cu înfăşurările se efectuează prin convecţie şi radiaţie; determinarea valorii coeficienţilor corespunzători de transmitere a căldurii se poate face numai pe cale experimentală.

Schimbul de căldură prin radiaţie joaca un rol mai mare la răcirea înfăşurărilor bobinelor de reactanţă uscate, comparativ cu un bobinaj amplasat într-o cuvă cu ulei. Cantitatea de căldură radiată în unitatea de timp de pe unitatea de suprafaţă este dată de relaţia [4]:

$$q_{rad} = 5{,}15 \cdot 10^{-12} \cdot (T^4 - T_{amb}^{\ 4}), \qquad (20)$$

în care $T$ este temperatura absolută a suprafeţei înfăşurărilor, iar $T_{amb}$

este temperatura absolută a mediului ambiant (ambele exprimate în grade Kelvin).

Schimbul de căldură prin convecţie are un caracter mult mai complicat, deoarece depinde de caracterul curentului de aer (curent turbionar sau laminar) şi de viteza aerului, deci de mărimea şi de forma secţiunii canalelor de răcire al înfăşurărilor şi de lungimea lor, adică de înălţimea bobinei de reactanţă răcite. În formă simplificată, relaţia de calcul pentru cantitatea de căldură transmisă prin convecţie de unitatea de suprafaţă în unitatea de timp este dată de formula:

$$q_{con} = \alpha_{con} \cdot (t - t_{amb}), \tag{21}$$

în care $t$ şi $t_{amb}$ sunt temperatura suprafeţei răcite şi temperatura mediului ambiant, în $°C$ iar $\alpha_{con}$ este coeficientul de transmitere a căldurii prin convecţie.

În figura 8 se dau valorile determinate în baza măsurătorilor experimentale efectuate de Hallacsy [4] ale coeficientului $\alpha_{1con}$ în funcţie de lungimea axială „$h_{bob}$” a bobinajului cilindric, pentru cazul particular când diferenţa de temperatură dintre suprafaţa răcită şi mediul ambiant $\vartheta$ = 45°$C$; 55°$C$; 80°$C$; 110°$C$; 150°$C$ şi 180°$C$ iar lăţimea canalului de răcire al bobinajului este $\Delta = 1cm$.

Pentru cazurile în care lăţimea canalului de răcire $\Delta \neq 1cm$, valorile coeficientului de cedare a căldurii se determină cu relaţia:

$$\alpha_{con} = k \cdot \alpha_{1con}, \tag{21-1}$$

unde: $k$ este un coeficient ce ţine seama de lăţimea „$\Delta$” a canalelor de răcire şi care are valorile determinate experimental [4], în conformitate cu diagrama din figura 9, iar $\alpha_{1con}$ este coeficientul de transmitere a căldurii prin convecţie cu valorile determinate

experimental pentru lăţimea canalului de răcire Δ = 1 *cm* , conforme cu diagramele prezentate în figura 8.

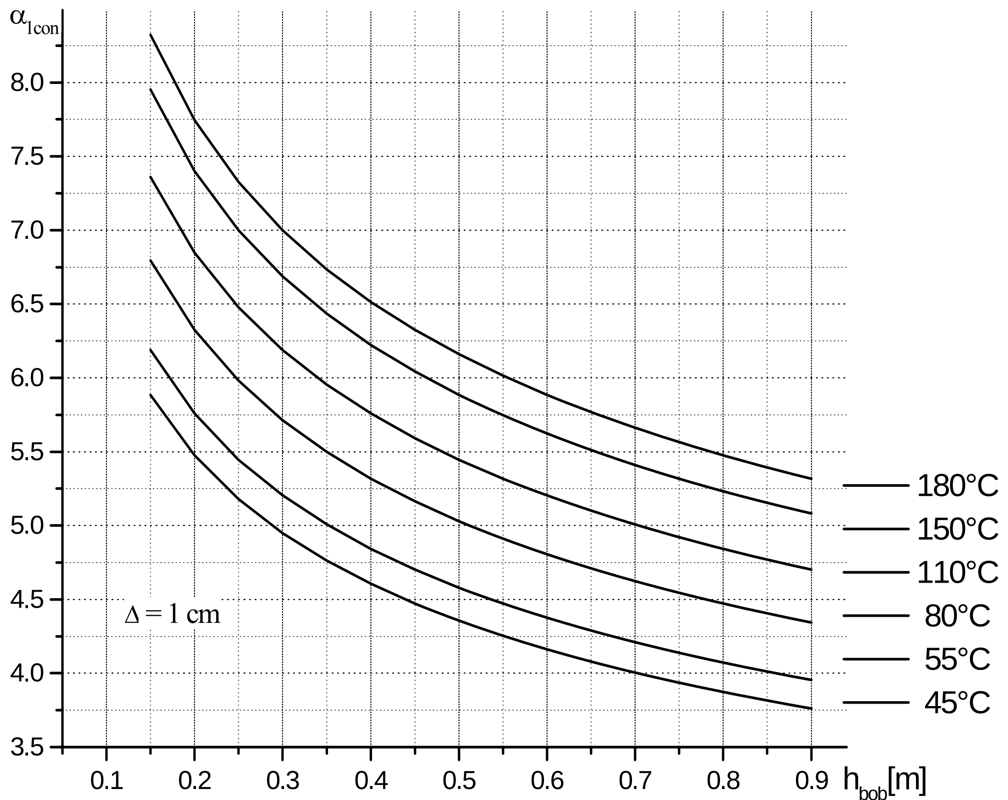



**Figura 8:** Coeficientul de cedare a căldurii „$\alpha_{1con}$" în funcţie de înălţimea „$h_{bob}$" a bobinei pentru o lăţime a canalelor de răcire Δ = 1 *cm* [4], pentru diferite valori ale diferenţei de temperatură dintre suprafaţa răcită şi mediul ambiant (ϑ = 45°*C*; 55°*C*; 80°*C*; 110°*C*; 150°*C* şi 180°*C*)

Conform [12] pentru Δ = 1*cm*, modelarea matematică a funcţiei $\alpha_{1con} = f(h_{bob})$ are expresia:

$$\alpha_{1con} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot \vartheta}{h_{bob.}}} \qquad (21\text{-}2)$$

în care, valorile mărimilor sunt exprimate în: $\alpha_{1con}$ [W/($m^2 \cdot grd$)], ϑ

[°*C*] şi $h_{bob.}$ [*m*].

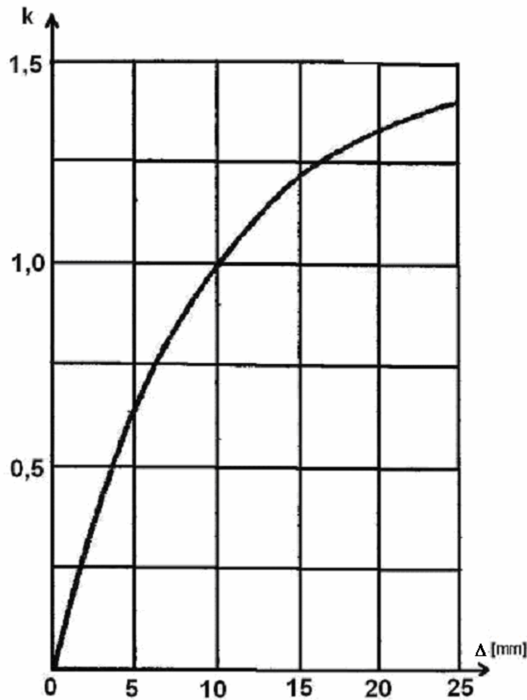



**Figura 9:** Coeficientul de corecţie „*k*" în funcţie de lăţimea Δ a canalelor de răcire (determinat experimental)

Modelarea matematică a diagramei k = *f*(Δ) din figura 9 poate fi determinata prin interpolare iar expresia analitica obţinută este dată de relaţia:

$$k = 5.983234428 \cdot e^{-\Delta} + 0.105493211 \cdot \Delta^3 - 4.45962512\, \Delta^{1.5} + 9.137091491 \cdot \Delta - 5.98401547 \qquad (21\text{-}3)$$

unde Δ este exprimat in cm si are valoarea mai mică sau egală cu 2,5 cm.

Având ca bază de referinţă diagramele determinate experimental de Hallacsy [4], pentru coeficienţii $\alpha_{1con}$ şi *k* (vezi figurile 8 si 9) se poate constata o foarte bună corespondenţă a acestora cu graficele funcţiilor determinate analitic cu ajutorul relaţiilor matematice (21-2

şi 21-3). Pentru $\alpha_{1con}$ abaterea maximă este < 2% - vezi figura 8.1, iar pentru factorul *k* abaterea maximă este < 0,5% – vezi figura 9.1.

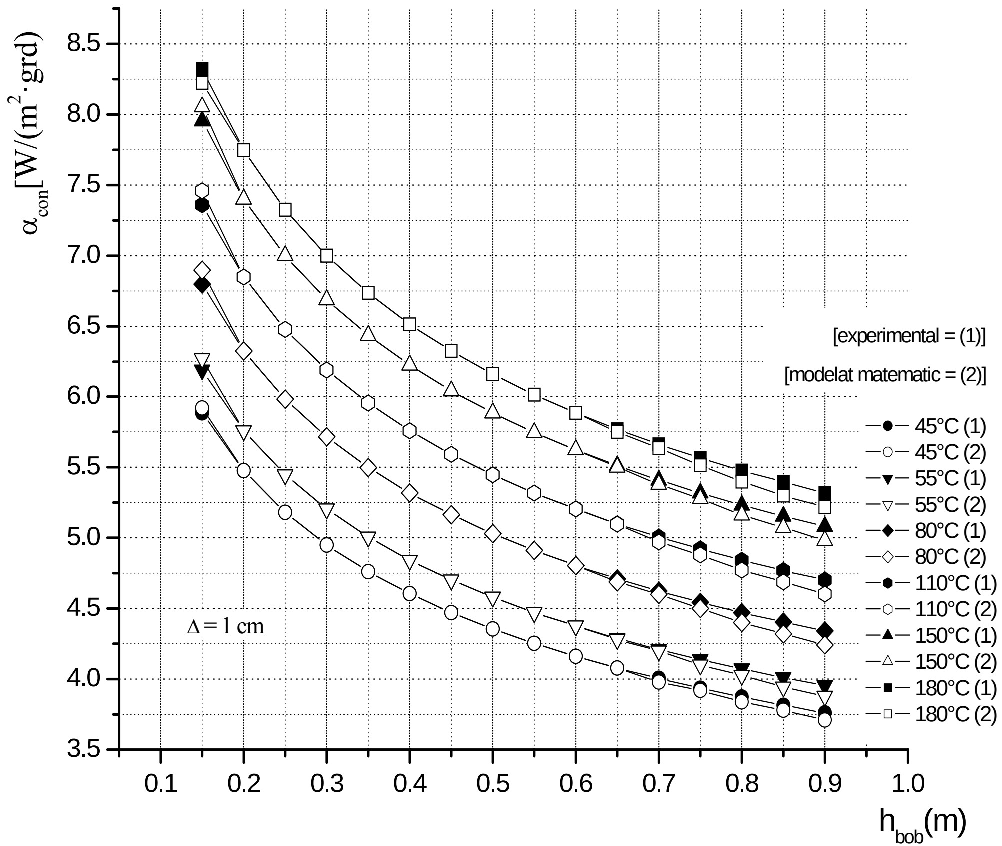



**Figura 8.1**: Corespondenţa $\alpha_{1con}$ modelat matematic – 1 (figură geometrică haşurată - plină), conform relaţiei (21-2) / $\alpha_{1con}$ experimental – 2 (figură geometrică nehaşurată – goală), pentru diferite valori ale diferenţei de temperatură dintre suprafaţa răcită şi mediul ambiant ($\vartheta$ = 45°*C*; 55°*C*; 80°*C*; 110°*C*; 150°*C* şi 180°*C*) şi lăţimea canalului de răcire Δ = 1*cm* (vezi [4] şi [12])

Din combinaţia relaţiilor (21-1), (21-2) si (21-3) rezultă expresia analitică a funcţiei $\alpha_{con} = f\,(h_{bob}, \Delta, \vartheta)$:

$$\alpha_{con} = \sqrt[4]{\frac{4\cdot\vartheta}{h_{bob.}}}\cdot(5.983234428\cdot e^{-\Delta} + 0.105493211\cdot\Delta^3 -$$
$$- 4.45962512\ \Delta^{1.5} + 9.137091491\cdot\Delta - 5.98401547) \qquad (21\text{-}4)$$

unde valorile mărimilor sunt date în: $\vartheta$ [°*C*], $h_{bob.}$ [*m*].si $\Delta$ [*cm*].

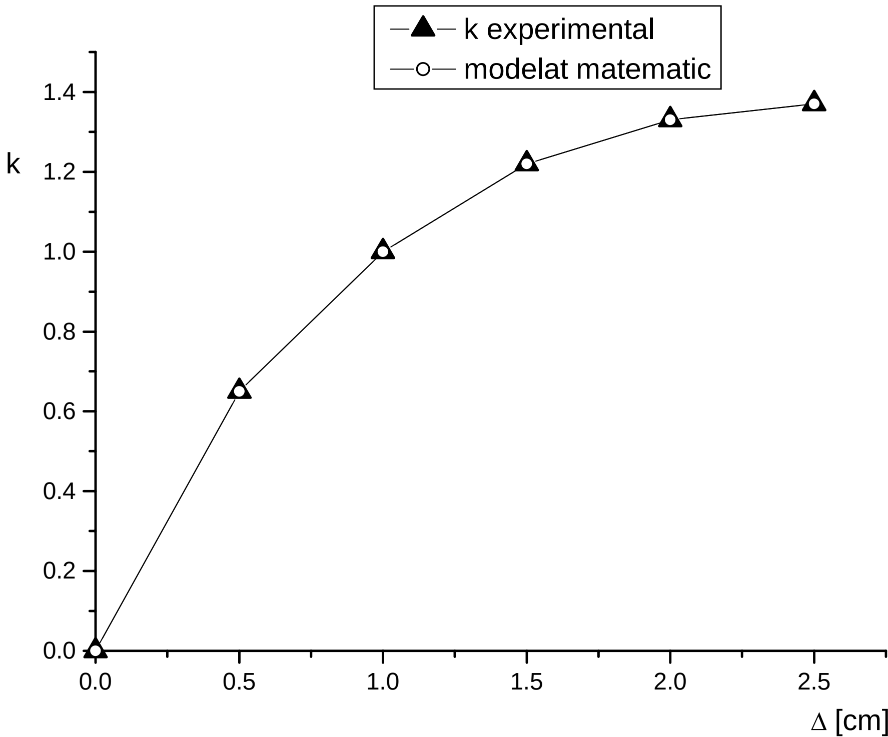



**Figura 9.1:** Coeficientul de corecţie „*k*" în funcţie de lăţimea Δ a canalelor de răcire, comparaţie: experimental (▲) / modelat matematic (○)

## 4. Densitatea admisibilă de curent în înfăşurările de cupru

Cunoscându-se valorile coeficienţilor de transmitere a căldurii, se pot stabili valorile densităţii admisibile de curent.

Consideram un bobinaj cilindric cu diametrul interior $d_i$ [*m*], înălţimea $h_{bob}$ [*m*] şi cu grosimea *b* [*m*]. Dacă pentru acest bobinaj se

foloseşte cuprul iar pierderile în bobina „$\Delta P_{bob}$" sunt determinate la nivelul temperaturilor maxime admisibile corespunzătoare clasei de izolaţie, pentru o valoare maximă admisibilă a densităţii de curent „$j$" [$A/m^2$], atunci pierderile specifice „$\Delta p$" [$W/(m^2 \cdot °C)$] pe unitatea de suprafaţă şi pentru un grad ($°C$) de creştere a încălzirii sunt date de relaţiile (vezi capitolul 7):

a) Cupru; clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60 °C; θ = 100 °C):

$$\Delta p = 115{,}7 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta}; \qquad (22)$$

b) Cupru; clasa de izolaţie F ($\vartheta$ = 100 °C; θ = 140 °C):

$$\Delta p = 130{,}5 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta}; \qquad (23)$$

c) Cupru; clasa de izolaţie H ($\vartheta$ = 125 °C; θ = 165 °C):

$$\Delta p = 139{,}7033 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta}; \qquad (24)$$

Valorile pierderilor specifice „$\Delta p$" [$W/(m^2 \cdot °C)$] trebuie sa fie mai mici faţă de valorile coeficienţilor de transmisie a căldurii. În cazul unui bobinaj interior, radiaţia poate fi neglijata; pierderile specifice admisibile sunt determinate în acest caz cu relaţia:

$$\Delta p \le \alpha_{con} \,. \qquad (25)$$

Din relaţiile (22), (23) şi (24) în care s-a efectuat substituţia $\Delta p = \alpha_{con}$, se poate calcula încălzirea (supratemperatura) pe suprafaţa bobinajului:

d) Cupru; clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60 °C ):

$$\vartheta = 115{,}7 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\alpha_{con}}; \qquad (26)$$

e) Cupru; clasa de izolaţie F ($\vartheta$ = 100 °C):

$$\vartheta = 130{,}5 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\alpha_{con}}; \qquad (27)$$

f) Cupru; clasa de izolaţie H ($\vartheta$ = 125 °C):

$$\vartheta = 139{,}7033 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\alpha_{con}}; \qquad (28)$$

sau densitatea de curent „*j*" care corespunde acestei creşteri "$\vartheta$" a încălzirii:

a) Cupru – clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60 °C ):

$$j = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{115{,}7 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b}}; \qquad (29)$$

b) Cupru – clasa de izolaţie F ($\vartheta$ = 100 °C):

$$j = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{130{,}5 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b}}; \qquad (30)$$

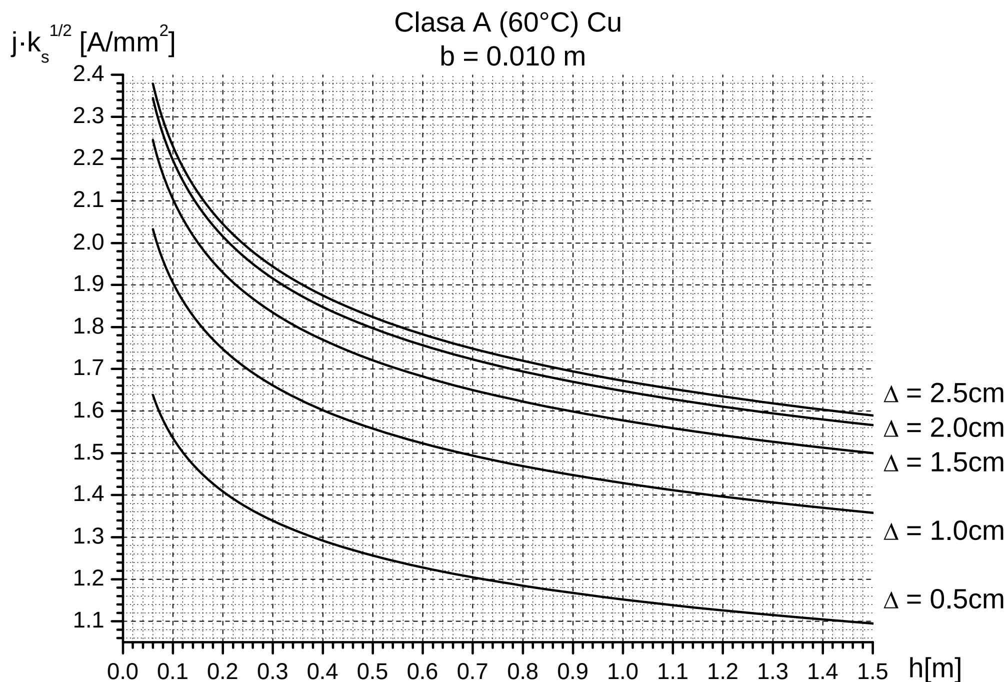
c) Cupru – clasa de izolaţie H ($\vartheta$ = 125 °*C*):

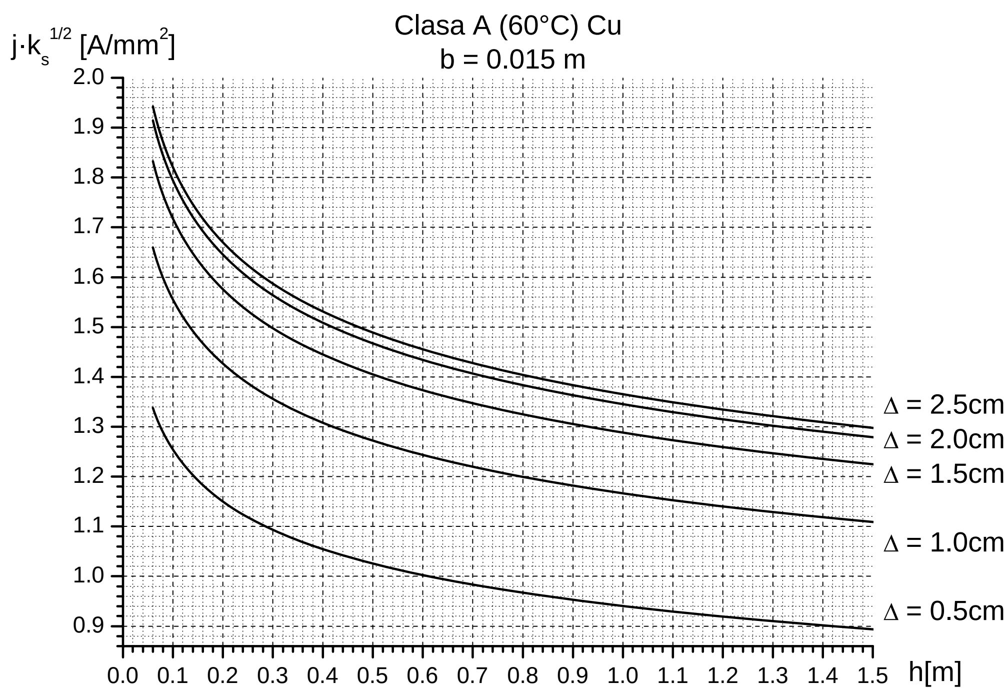
$$j = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{139{,}7033 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b}}; \qquad (31)$$

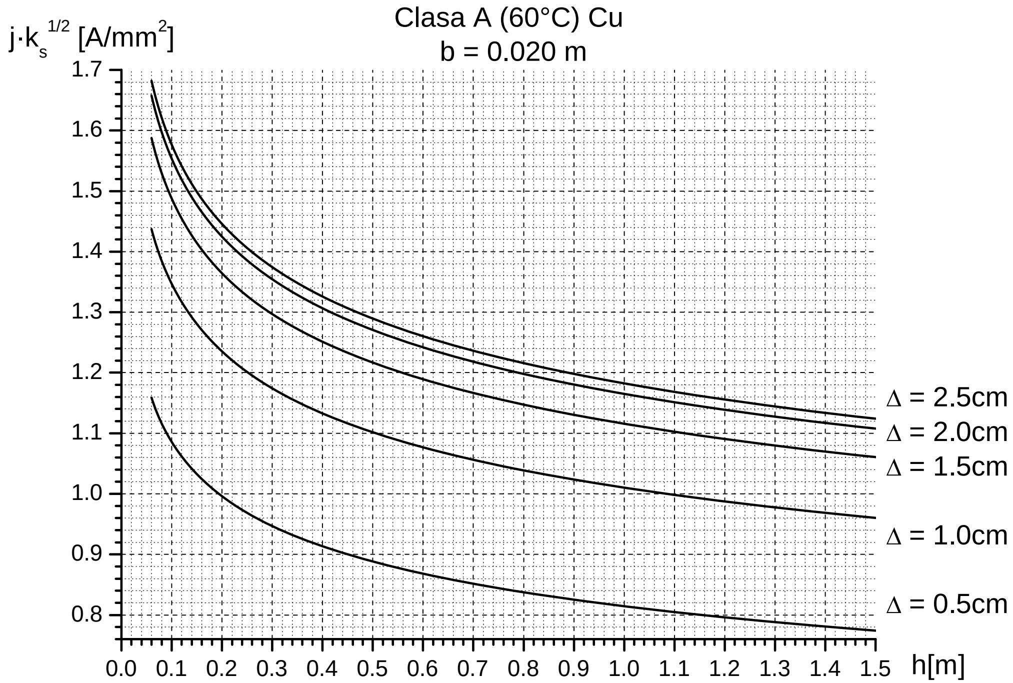
În figura 10 se dau densităţile admisibile de curent, calculate după relaţiile de calcul (29)÷(31) combinate cu relaţia (21-4), pentru bobinaje cilindrice în cupru, cu grosimea radiala *b* = 0,010; 0,015; 0,020; 0,025 si 0,030 *m*, cu izolaţia în clasa A ($\vartheta$ = 60°*C*), F ($\vartheta$ =100°*C*) şi H ($\vartheta$ =125°*C*) - vezi tab. 1.

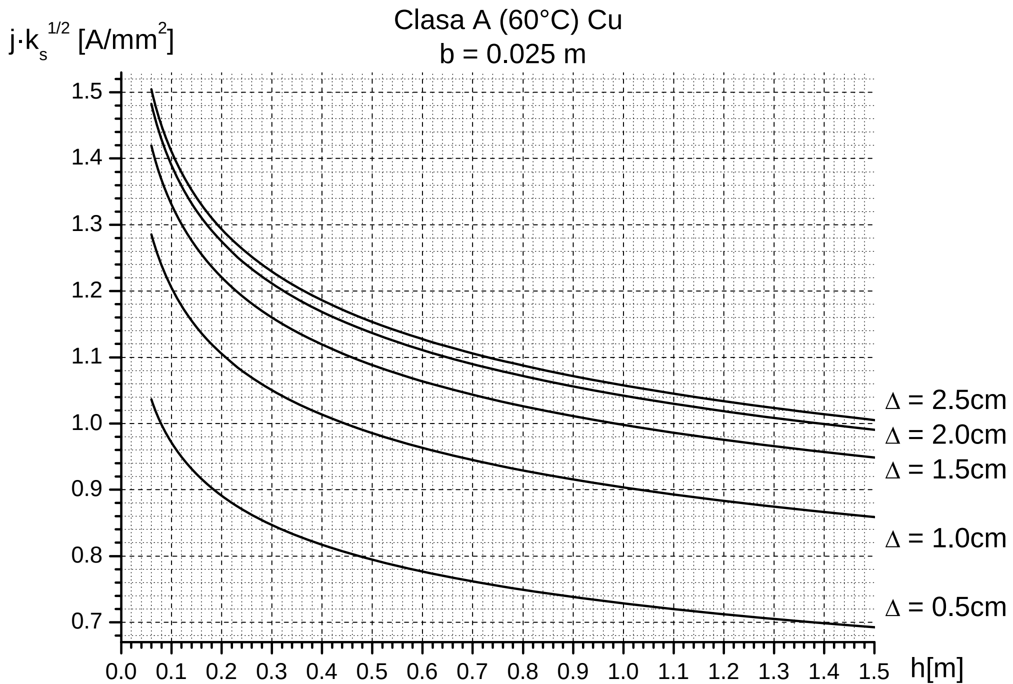
a) Cupru – clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60 °C):

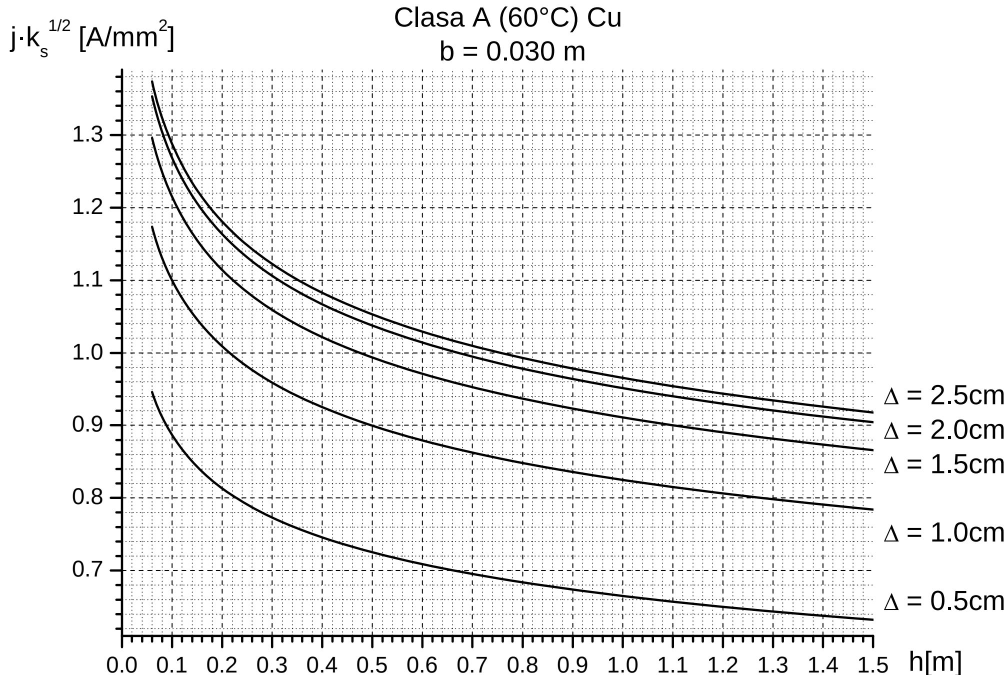
$$j \cdot \sqrt{k_s} = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{115{,}7 \cdot 10^{-10} \cdot b}}; \qquad (29)$$


Clasa A (60°C) Cu
b = 0.010 m
j·k$_s^{1/2}$ [A/mm$^2$]
2.4
2.3
2.2
2.1
2.0
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm


Clasa A (60°C) Cu
b = 0.015 m
j·k$_s^{1/2}$ [A/mm$^2$]
2.0
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

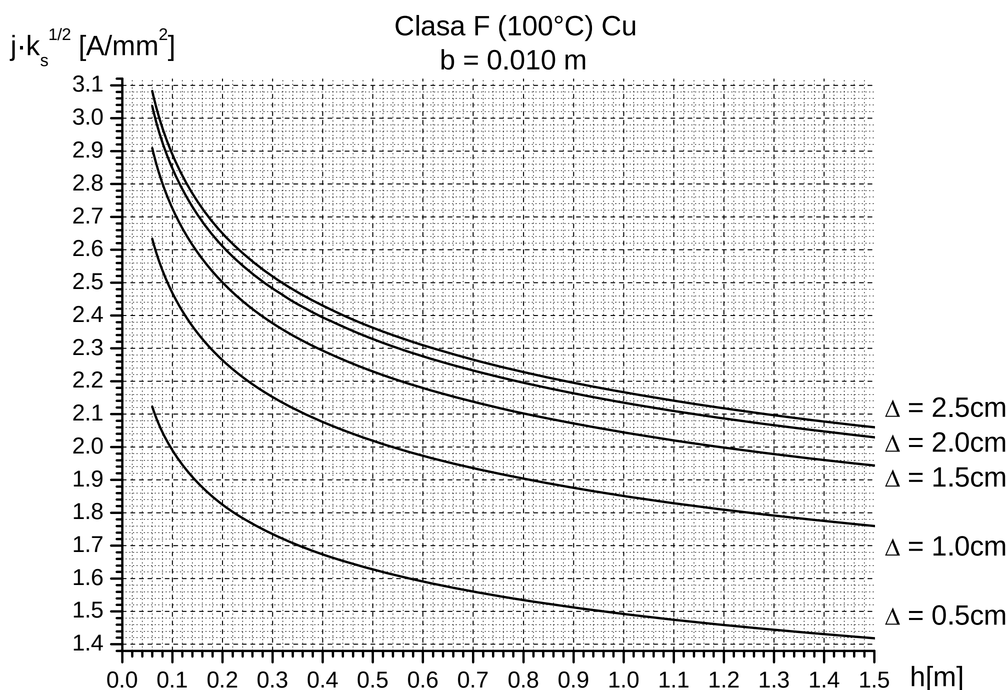

Clasa A (60°C) Cu
b = 0.020 m
j·k_s^1/2 [A/mm^2]
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

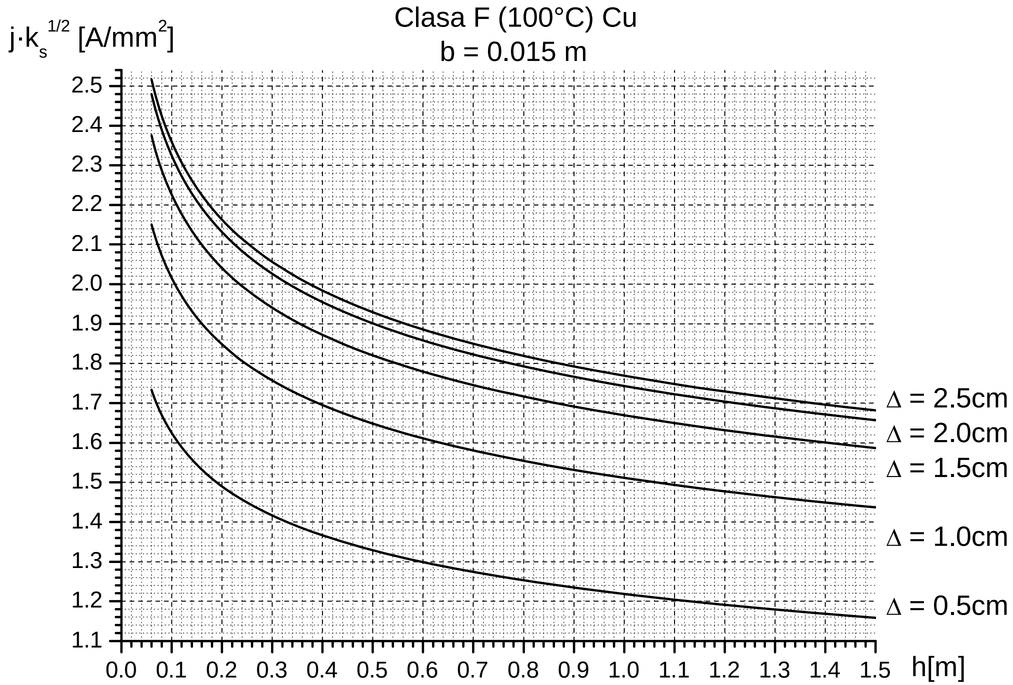

Clasa A (60°C) Cu
b = 0.025 m
j·k_s^1/2 [A/mm^2]
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

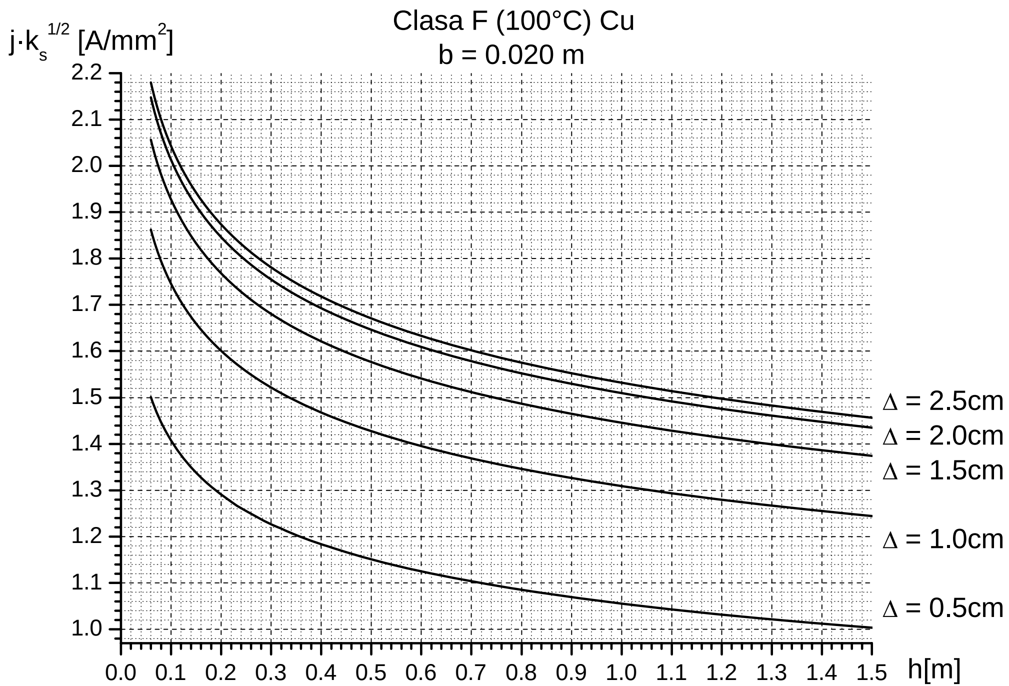


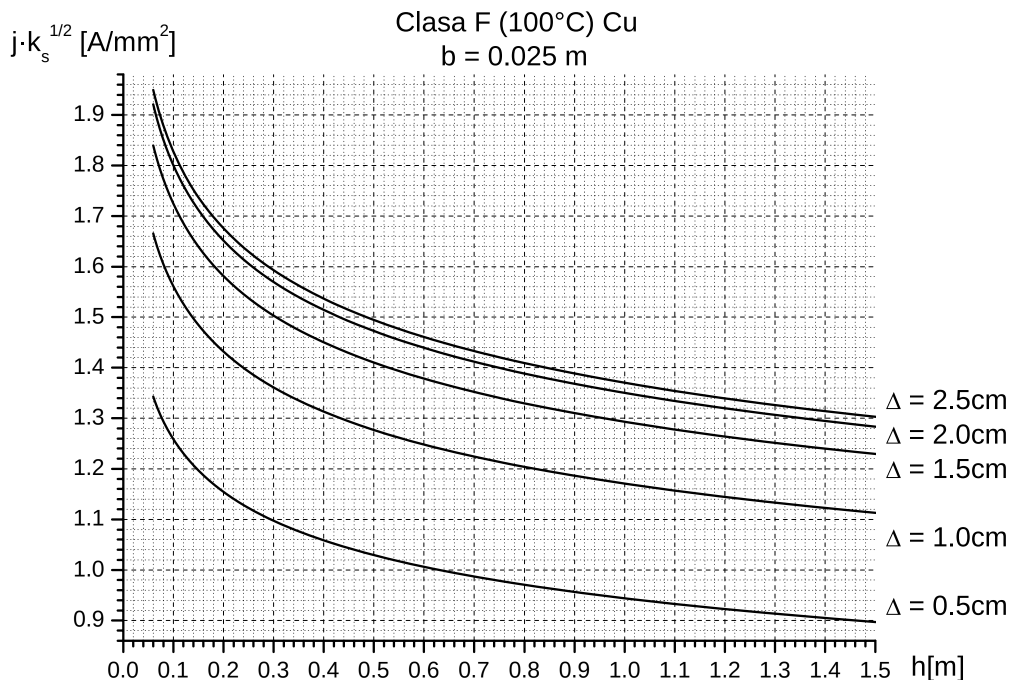

b) Cupru; clasa de izolaţie F (ϑ = 100 °C):

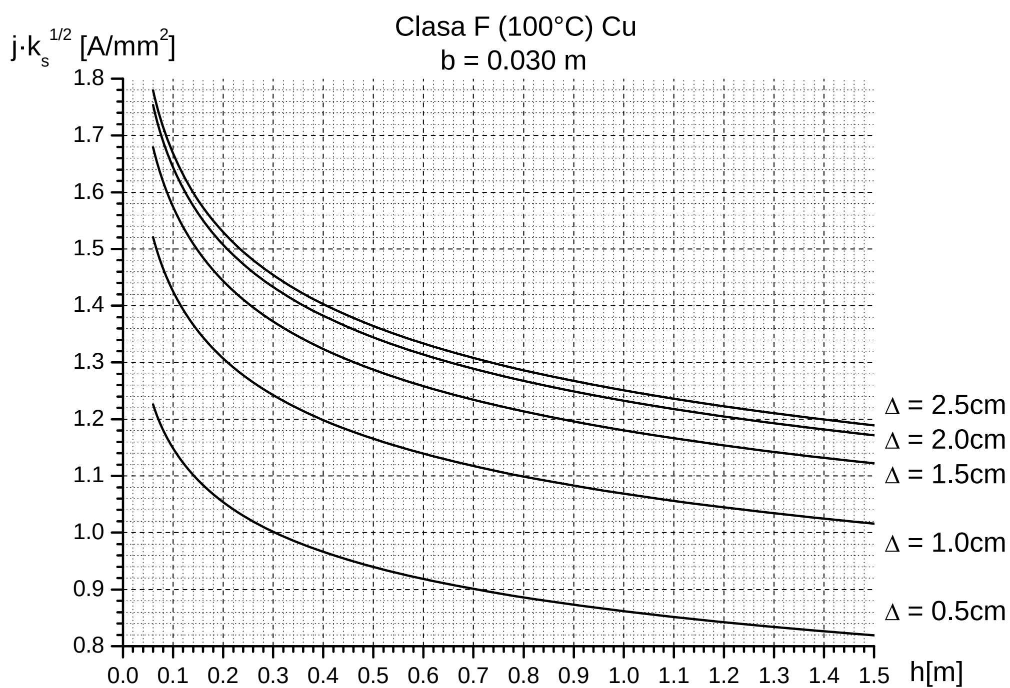
$$j \cdot \sqrt{k_s} = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{130{,}5 \cdot 10^{-10} \cdot b}}; \qquad (30)$$




Clasa F (100°C) Cu
b = 0.015 m
j·k_s^1/2 [A/mm²]
2.5
2.4
2.3
2.2
2.1
2.0
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

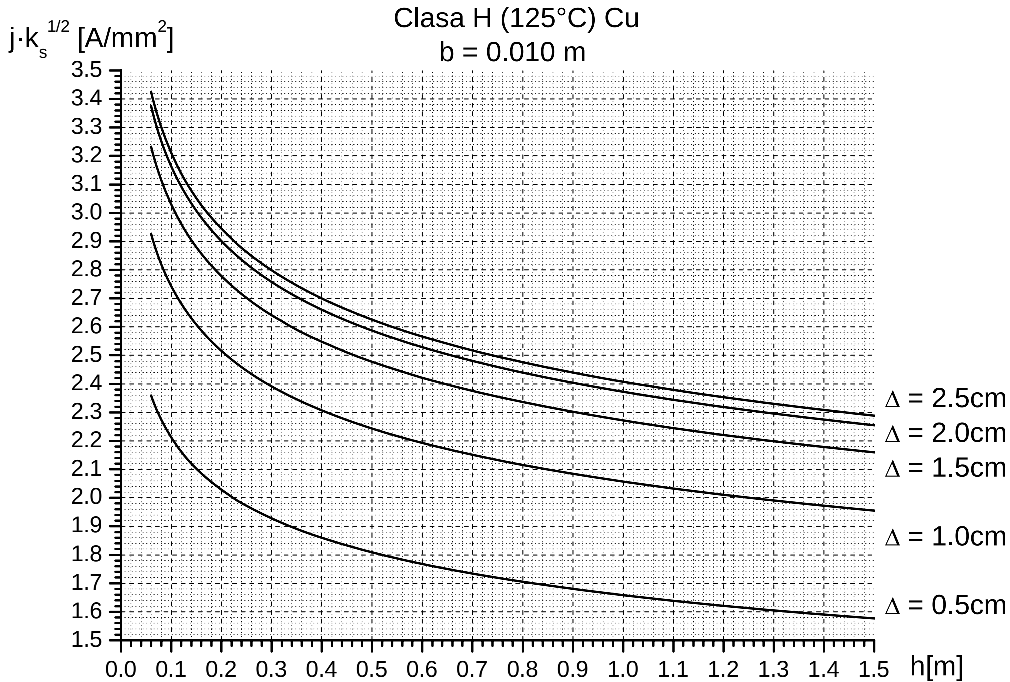

Clasa F (100°C) Cu
b = 0.020 m
j·k_s^1/2 [A/mm²]
2.2
2.1
2.0
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

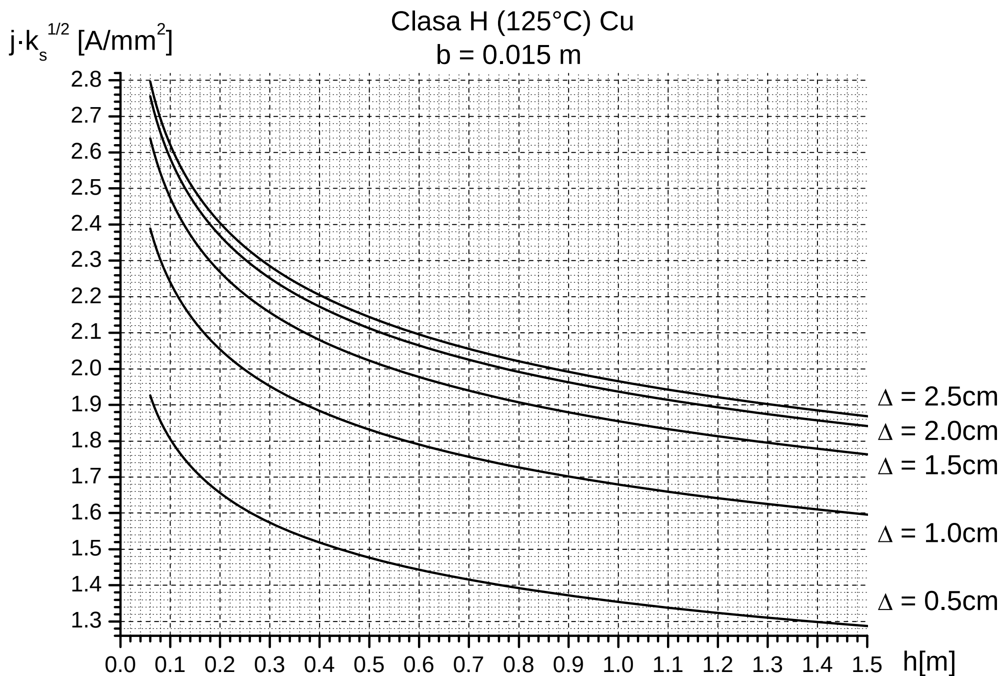

Clasa F (100°C) Cu
b = 0.025 m
j·k_s^1/2 [A/mm²]
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

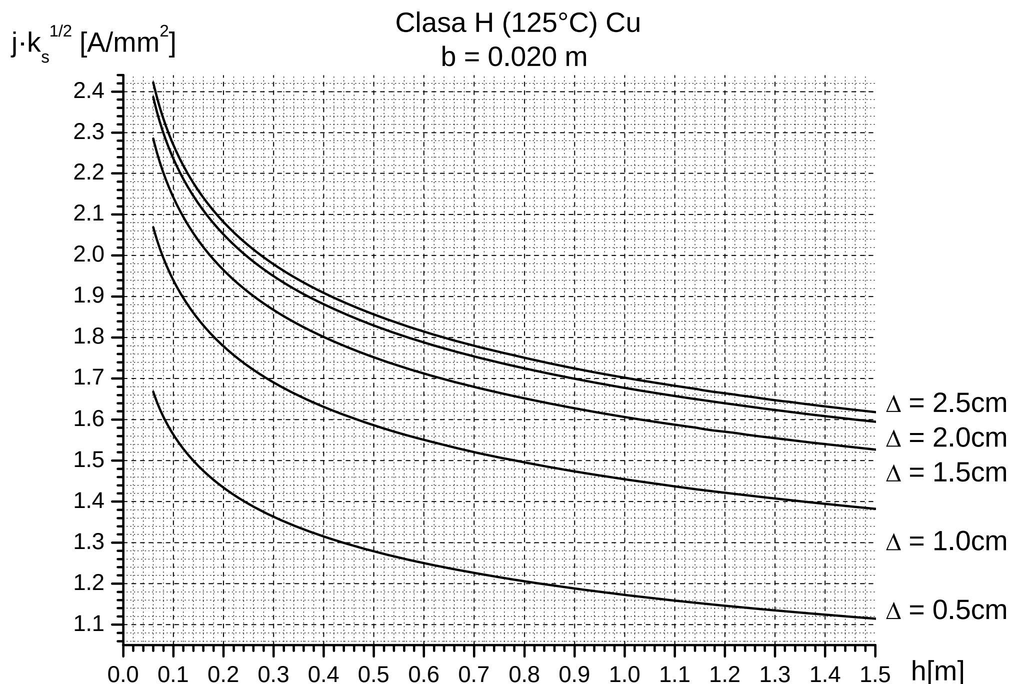

Clasa F (100°C) Cu
b = 0.030 m
j·k_s^1/2 [A/mm²]
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

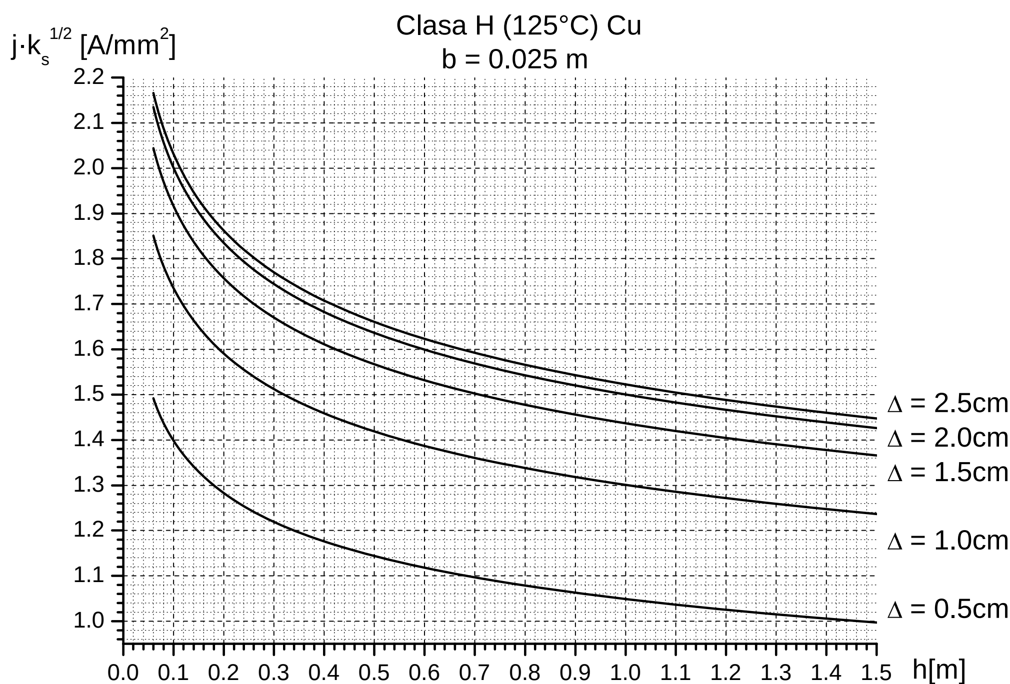
c) Cupru; clasa de izolaţie H ($\vartheta$ = 125 °*C*):

$$j \cdot \sqrt{k_s} = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{139{,}7033 \cdot 10^{-10} \cdot b}} \qquad (31)$$




Clasa H (125°C) Cu
b = 0.020 m
j·k_s^1/2 [A/mm^2]
2.4
2.3
2.2
2.1
2.0
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm


Clasa H (125°C) Cu
b = 0.025 m
j·k_s^1/2 [A/mm^2]
2.2
2.1
2.0
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

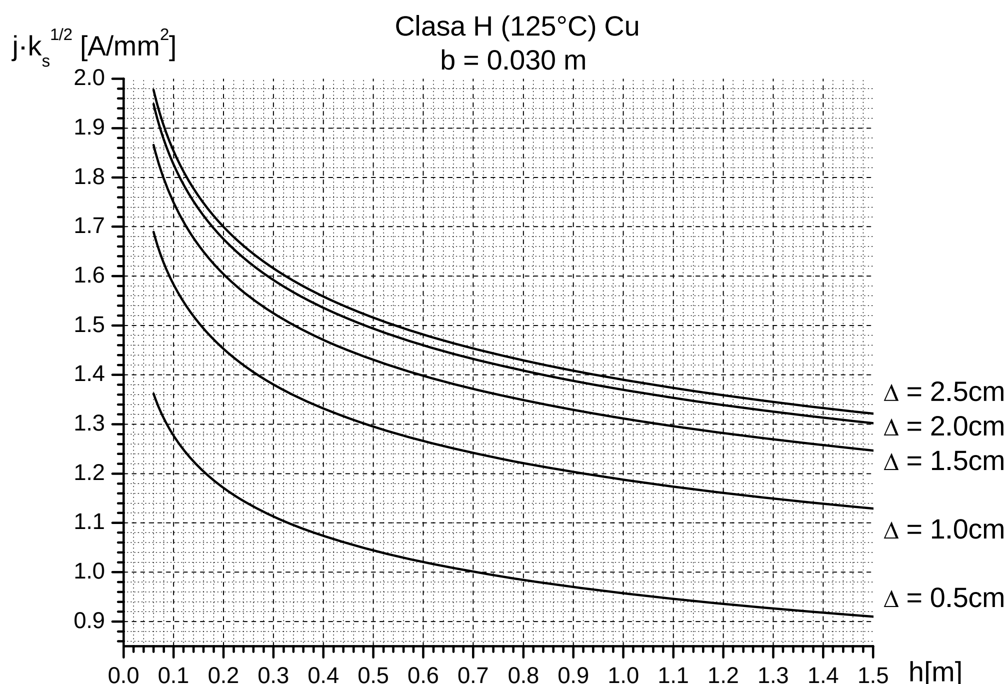



**Figura 10:** Densitatea admisibilă de curent in bobinajele cilindrice de cupru, de lăţime: *b* = 0,010; 0,015; 0,020; 0,025 şi 0,030 *m.*

Folosind izolaţia de clasă A, densităţile de curent sunt relativ mici şi nu depăşesc nici chiar la bobinaje subţiri valoarea de 1,5÷2 *A/mm*$^2$ ; în schimb dacă se foloseşte o izolaţie cu stabilitate termică înaltă, de clasă F sau H atunci densităţile de curent pot fi numai cu puţin mai mici faţă de cele aplicate la transformatoarele în ulei.

## 5. Densitatea admisibilă de curent în înfăşurările de aluminiu

Pierderile specifice „$\Delta p$" [$W/(m^2 \cdot °C)$] în bobinele de reactanţă realizate din conductoare de aluminiu având aceeaşi construcţie (dimensiunile înfăşurărilor cilindrice şi clasele de izolaţie identice cu ale bobinelor prezentate la capitolul 4) sunt date de expresiile (vezi capitolul 7):

a) Aluminiu; clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60 °C; θ = 100°C):

$$\Delta p = 183{,}2 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} \tag{32}$$

b) Aluminiu; clasa de izolaţie F ($\vartheta$ = 100 °C; θ = 140 °C):

$$\Delta p = 205{,}74 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} \tag{33}$$

c) Aluminiu; clasa de izolaţie H ($\vartheta$ = 125°*C*; θ = 165 °C):

$$\Delta p = 219{,}834 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta}; \tag{34}$$

Din relaţiile (32), (33) şi (34) (în care s-a efectuat substituţia $\Delta p = \alpha_{con}$) se poate calcula creşterea de temperatură pe suprafaţa bobinajului, ţinând seama de valorile coeficientului $\alpha_{con}$ de transmitere a căldurii prin convecţie, conform celor prezentate la capitolul 3:

d) Aluminiu; clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60 °C):

$$\vartheta = 183{,}2 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\alpha_{con}}; \tag{35}$$

e) Aluminiu; clasa de izolaţie F ($\vartheta$ = 100 °C):

$$\vartheta = 205{,}74 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\alpha_{con}}; \tag{36}$$

f) Aluminiu; clasa de izolaţie H ($\vartheta$ = 125 °C):

$$\vartheta = 219{,}834 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\alpha_{con}}; \tag{37}$$

sau densitatea de curent “$j$” care corespunde acestei creşteri “$\vartheta$” a încălzirii:

g) Aluminiu; clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60°C):

$$j = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{183{,}2 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b}}; \tag{38}$$

h) Aluminiu; clasa de izolaţie F ($\vartheta$ = 100°C):

$$j = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{205{,}74 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b}}; \tag{39}$$

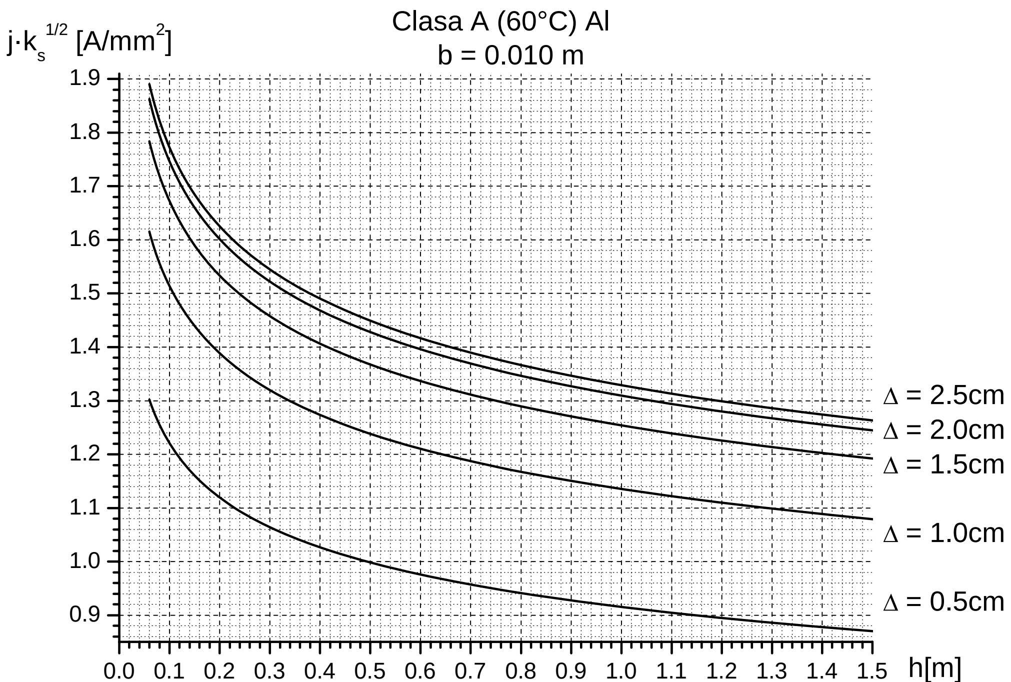
i) Aluminiu; clasa de izolaţie H ($\vartheta$ = 125°C):

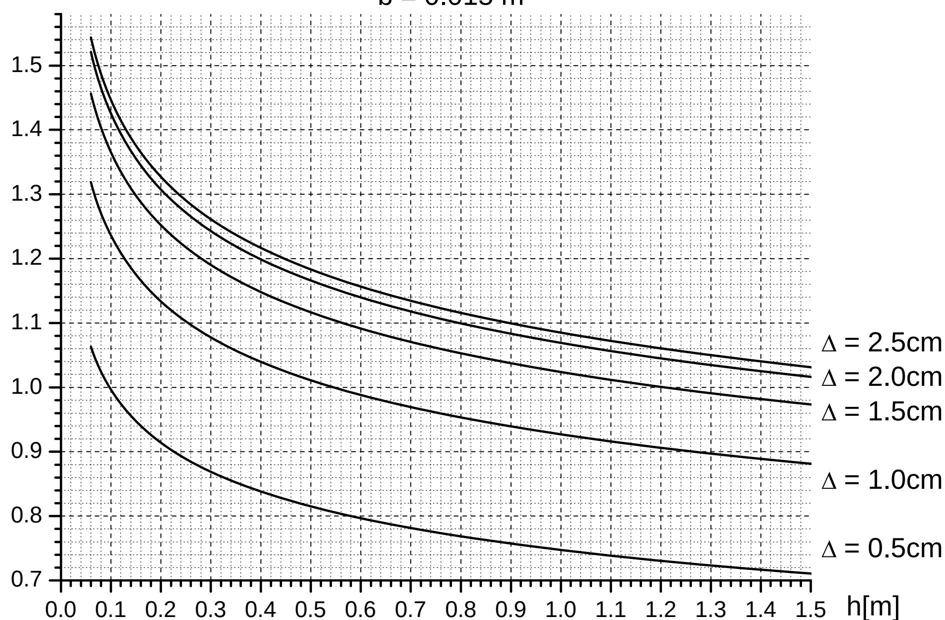
$$j = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{219{,}834 \cdot 10^{-10} \cdot k_S \cdot b}}\,; \tag{40}$$

În figura 11 se dau densităţile admisibile de curent, calculate în baza relaţiilor de calcul (38) ÷ (40) combinate cu relaţia (21-4), pentru un bobinaj cilindric interior de aluminiu, fără canale de răcire transversale. După cum rezultă din figura 11, valorile admisibile ale densităţii de curent sunt foarte mici, în medie circa 1,2 *A/mm*$^2$, în cazul folosirii clasei de izolaţie A, în schimb pentru izolaţia în clasa H, densitatea de curent se poate mări până la valori apropiate de cele folosite la transformatoarele în ulei.

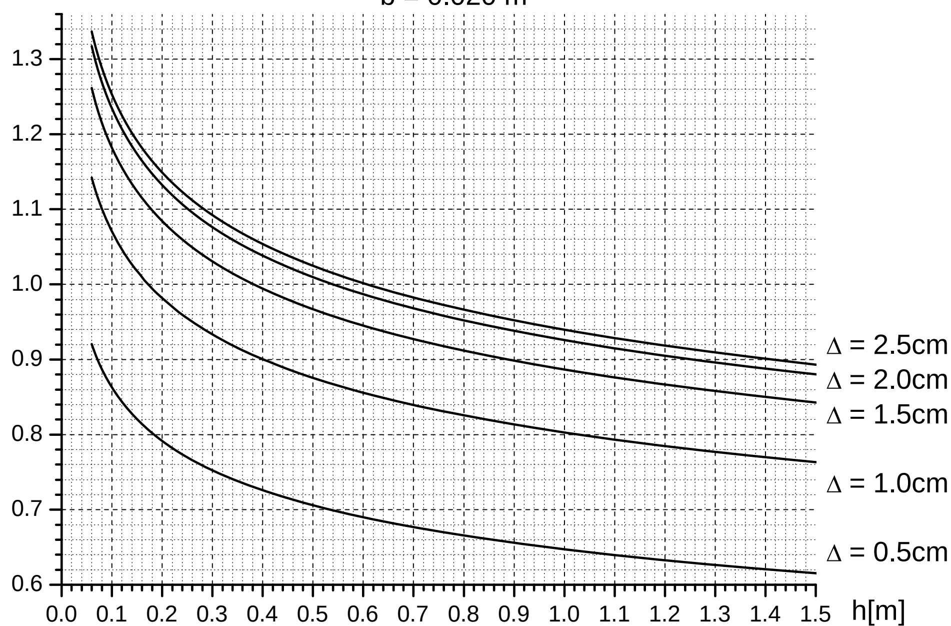
a) Aluminiu; clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60°C):

$$j \cdot \sqrt{k_s} = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{183{,}2 \cdot 10^{-10} \cdot b}}\,; \tag{38}$$

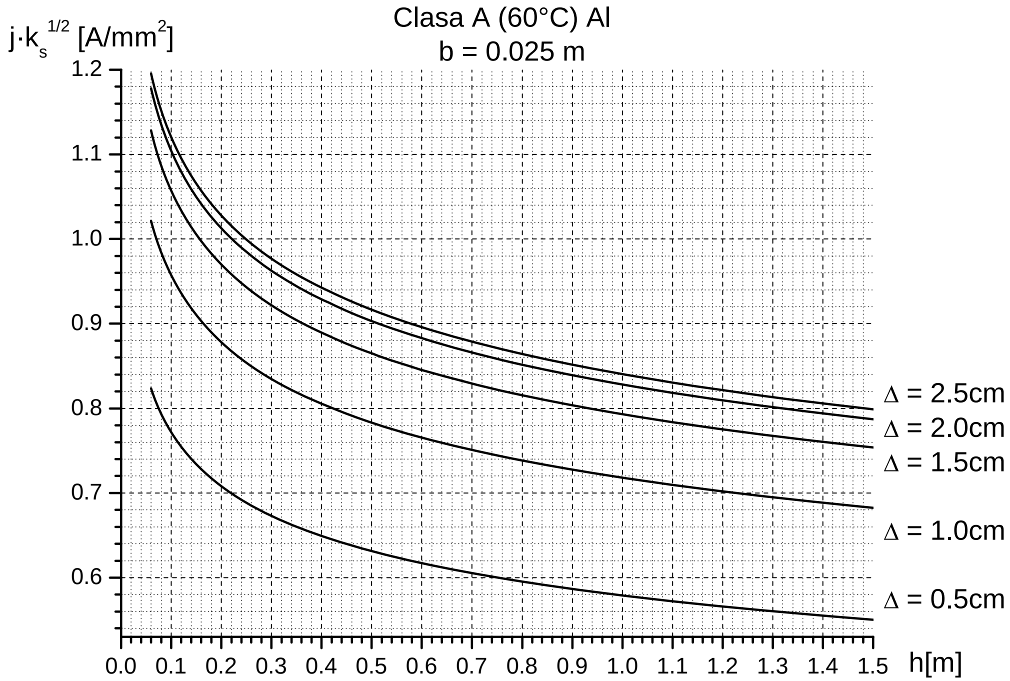




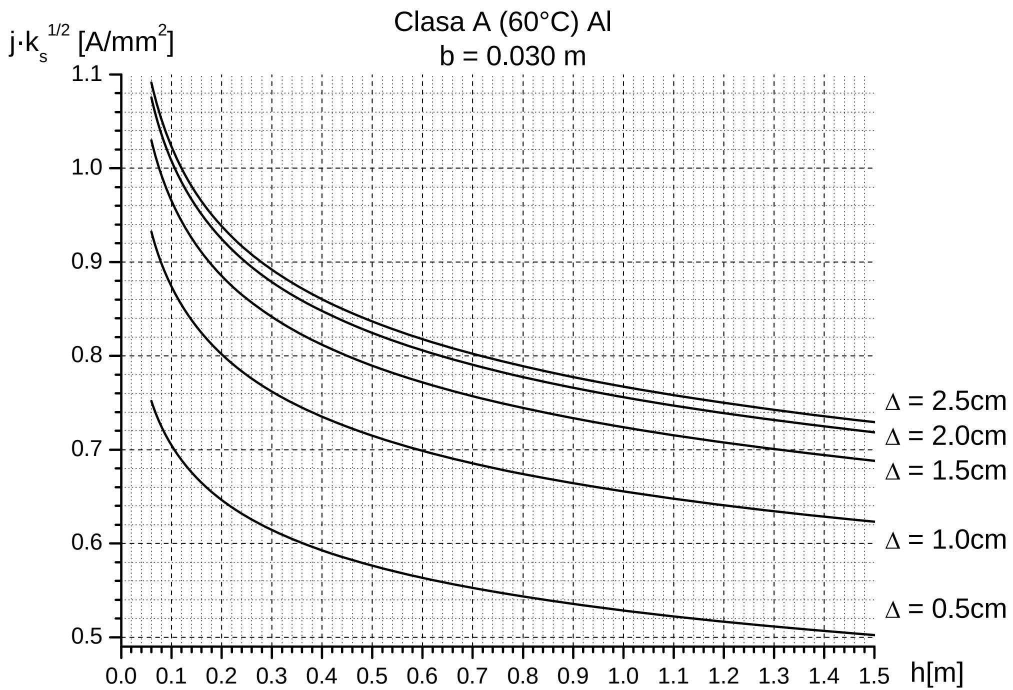
Clasa A (60°C) Al
b = 0.015 m
j·k_s^1/2 [A/mm2]
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

Clasa A (60°C) Al
b = 0.020 m
j·k_s^1/2 [A/mm2]
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm



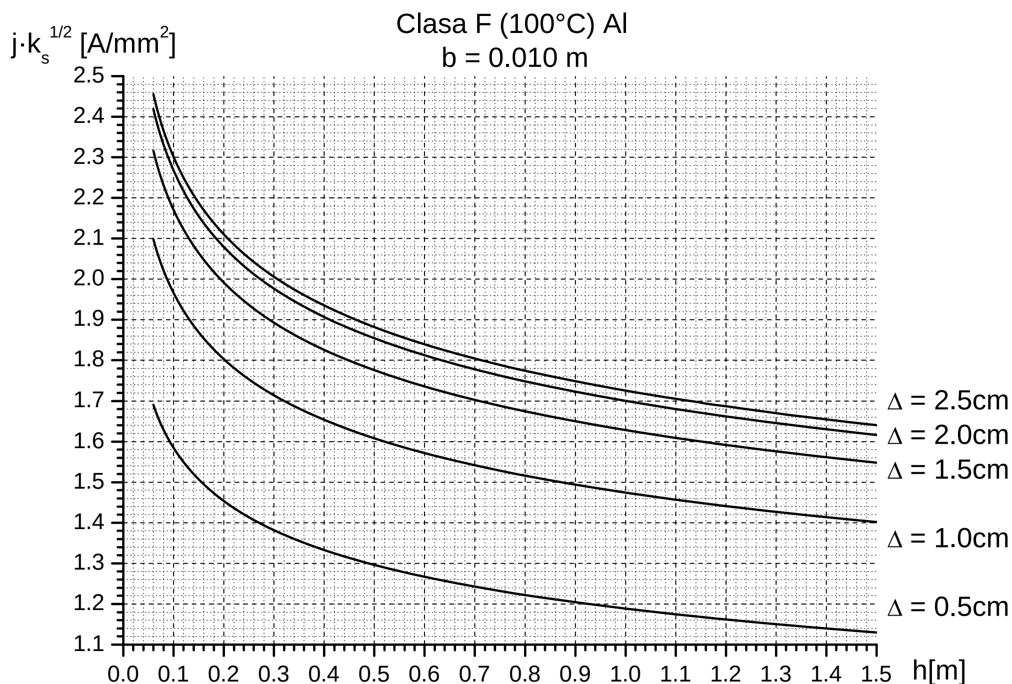
Clasa A (60°C) Al
b = 0.025 m
j·k_s^1/2 [A/mm²]
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

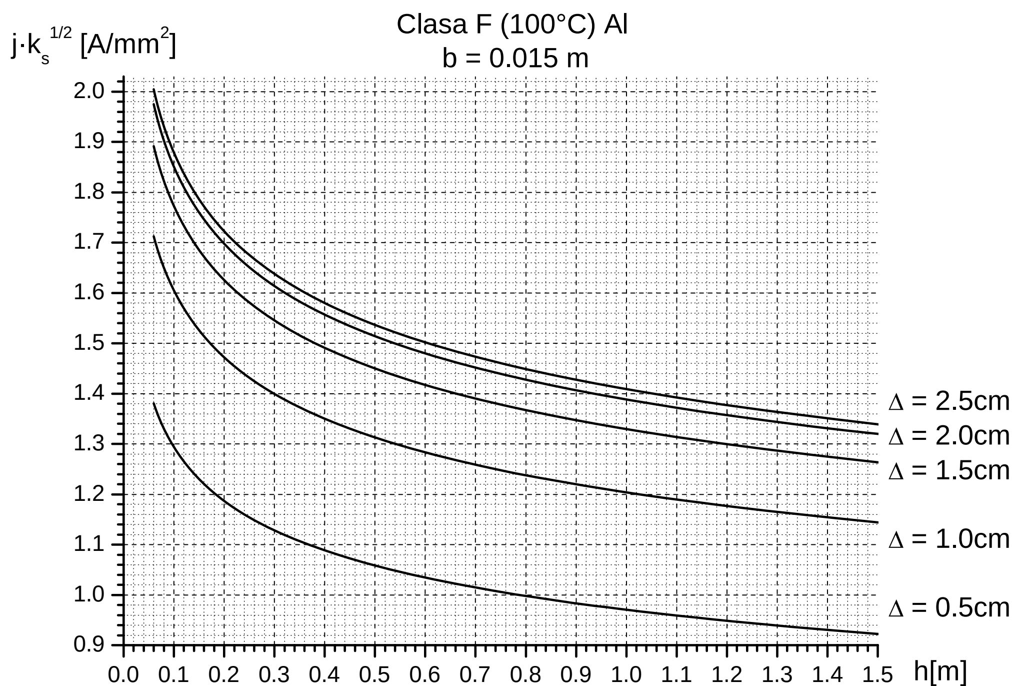



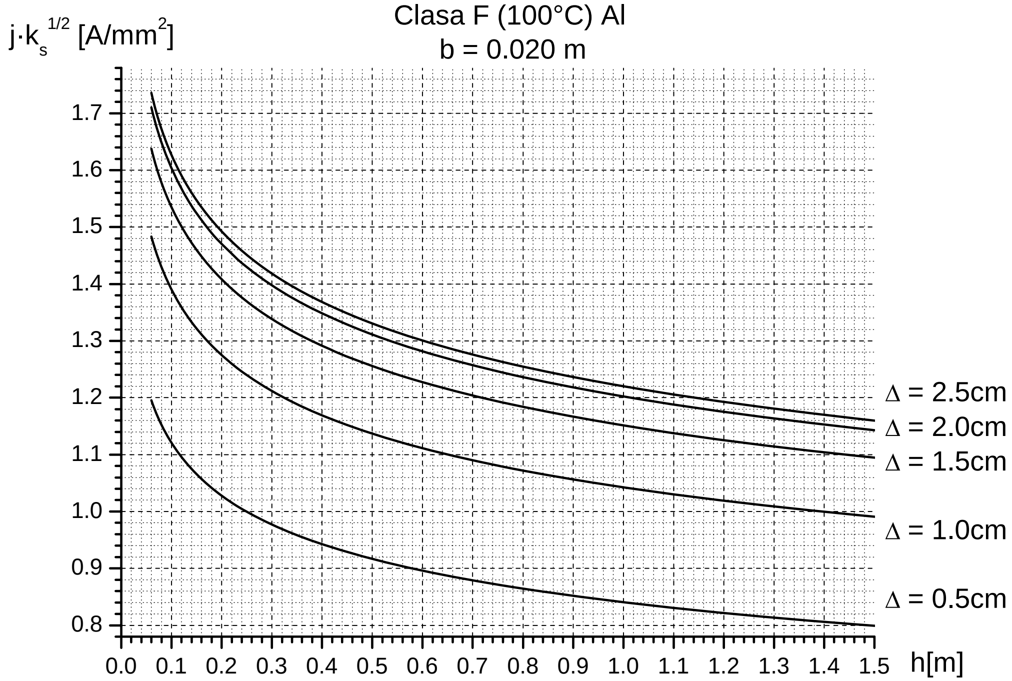
Clasa A (60°C) Al
b = 0.030 m
j·k_s^1/2 [A/mm²]
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

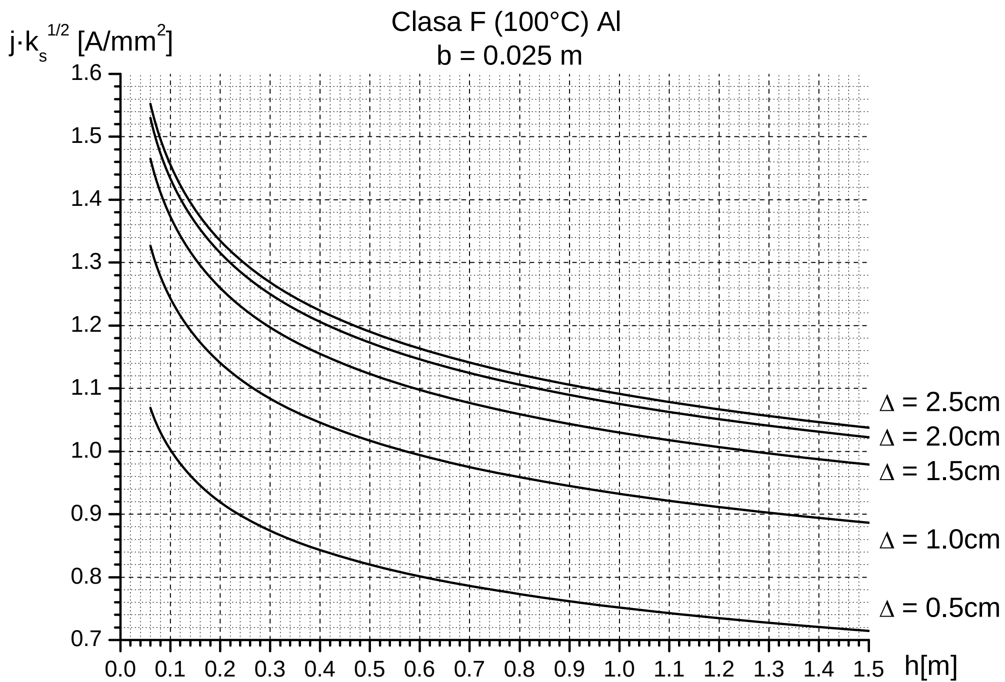
b) Aluminiu; clasa de izolaţie F ($\vartheta$ = 100°C):

$$j.\sqrt{k_s} = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{205,74 \cdot 10^{-10} \cdot b}}; \tag{39}$$



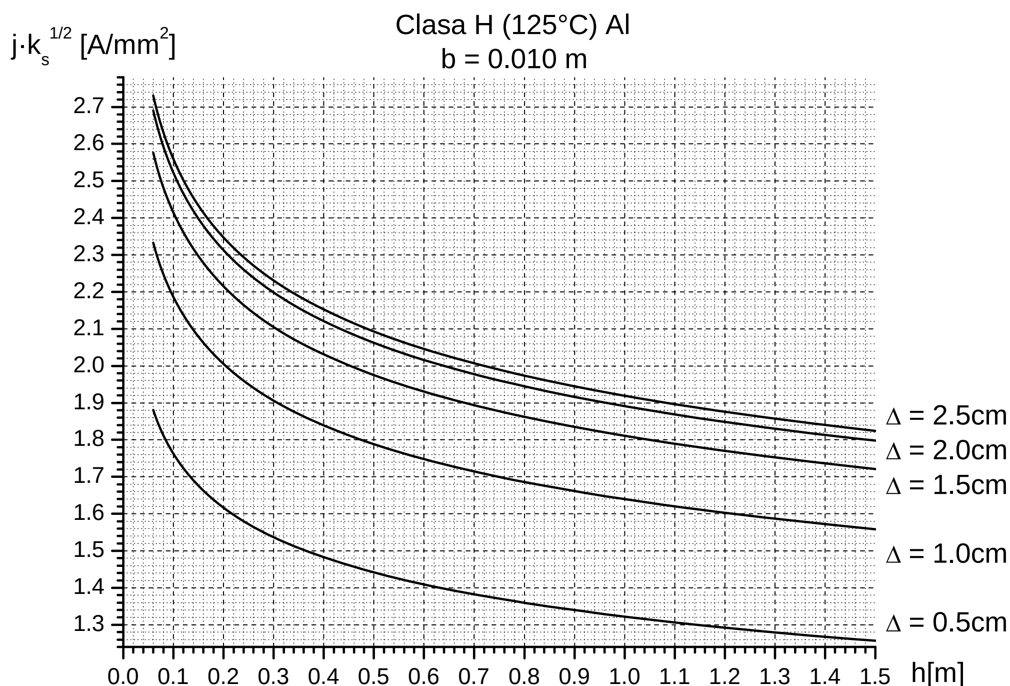



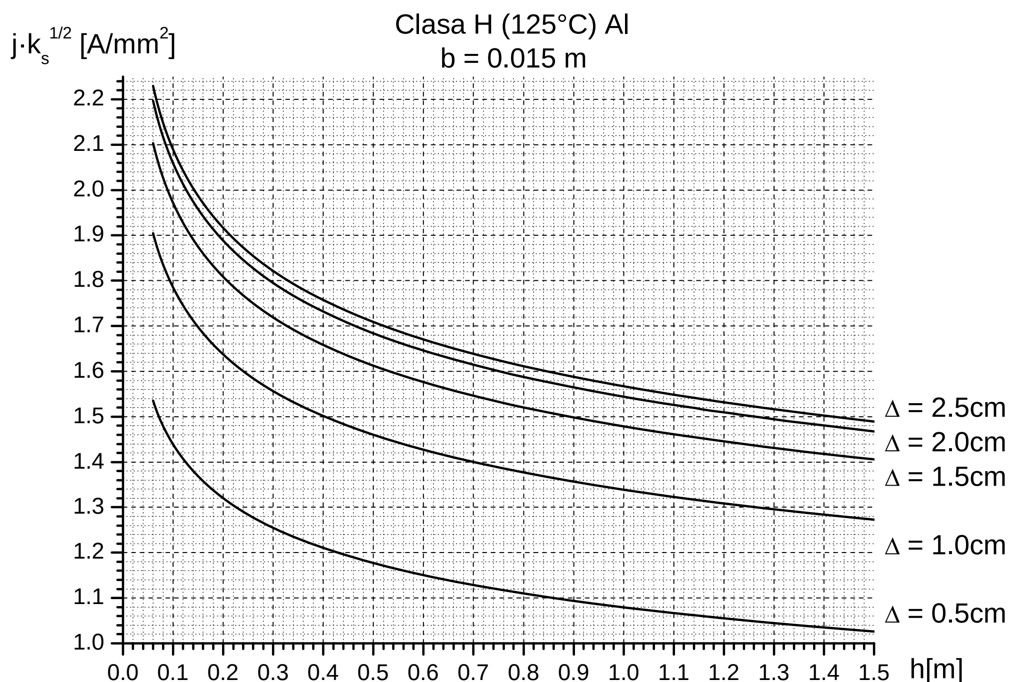

Clasa F (100°C) Al
b = 0.020 m
j·k_s^1/2 [A/mm²]
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

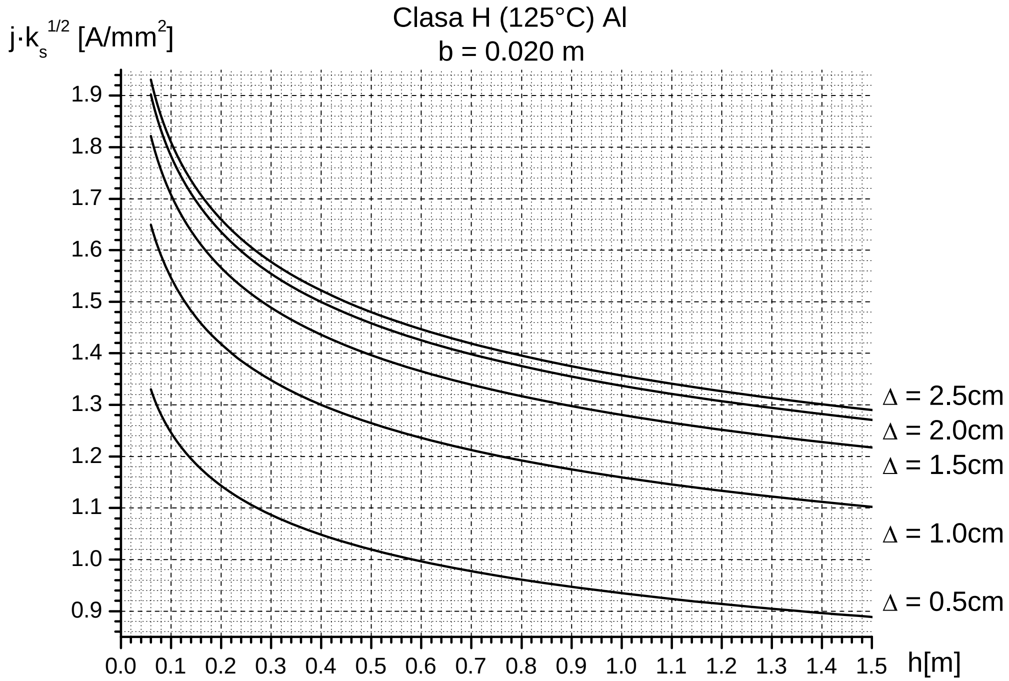

Clasa F (100°C) Al
b = 0.025 m
j·k_s^1/2 [A/mm²]
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

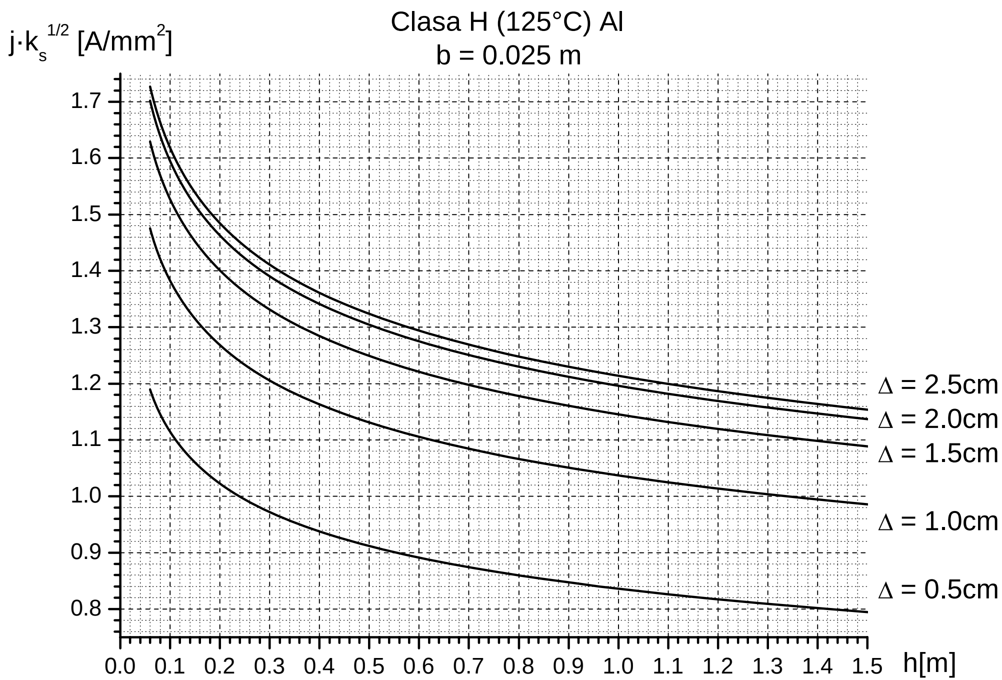
c) Aluminiu; clasa de izolaţie H ($\vartheta$ = 125°C):

$$j \cdot \sqrt{k_s} = \sqrt{\frac{\vartheta \cdot \alpha_{con}}{219{,}834 \cdot 10^{-10} \cdot b}}; \tag{40}$$




Clasa H (125°C) Al
b = 0.020 m
j·k$_s^{1/2}$ [A/mm$^2$]
1.9
1.8
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm


Clasa H (125°C) Al
b = 0.025 m
j·k$_s^{1/2}$ [A/mm$^2$]
1.7
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
h[m]
Δ = 2.5cm
Δ = 2.0cm
Δ = 1.5cm
Δ = 1.0cm
Δ = 0.5cm

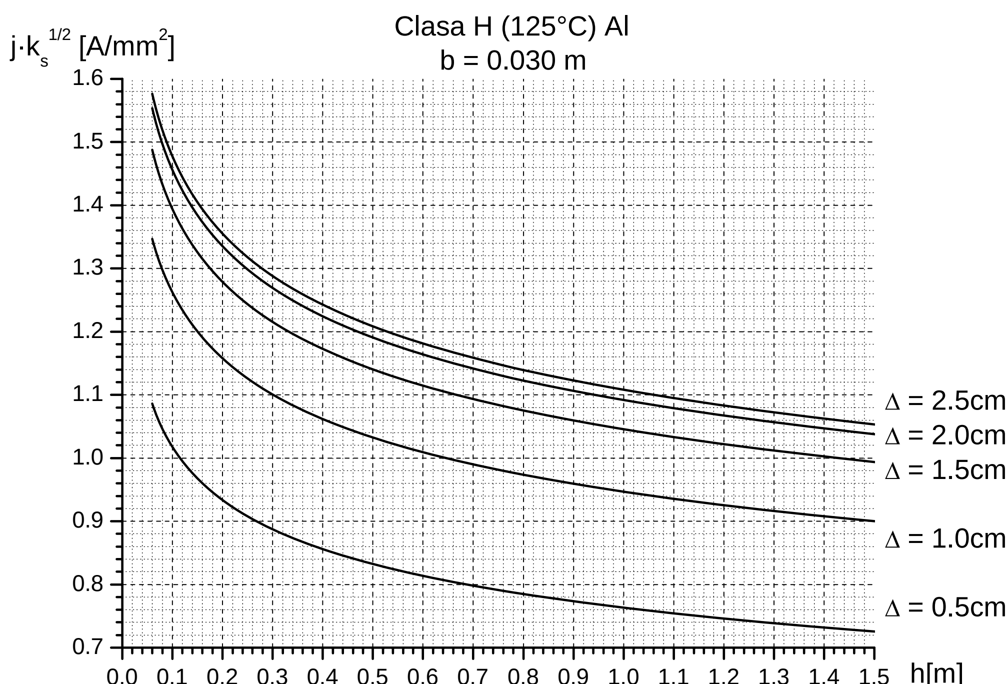



**Figura 11:** Densitatea admisibilă de curent în bobinajele cilindrice de aluminiu, de lăţime: *b* = 0,010; 0,015; 0,020; 0,025 şi 0,030 *m*.

Din formulele (29), (30), (31) şi (38), (39) şi (40) rezultă, în ipoteza în care valorile coeficienţilor de pierderi suplimentare „$k_s$" sunt identice, raportul dintre densitatea de curent admisibilă într-un bobinaj de aluminiu şi într-unul de cupru, pentru aceeaşi construcţie (dimensiuni identice) şi aceleaşi condiţii de răcire:

j) pentru clasa A de izolaţie:

$$j_{Al} = \sqrt{\frac{115,7}{183,2}} = 0,7947 \cdot j_{Cu} \qquad (41)$$

k) pentru casa F de izolaţie:

$$j_{Al} = \sqrt{\frac{130,5}{205,74}} = 0,7964 \cdot j_{Cu} \qquad (42)$$

l) pentru casa H de izolaţie:

$$j_{Al} = \sqrt{\frac{139,7033}{219,834}} = 0,7972 \cdot j_{Cu} \qquad (43)$$

# 6. Calculul pierderilor în regim permanent de funcţionare

Pierderile în bobinele de reactanţă fără miez feromagnetic pot fi împărţite în pierderi în înfăşurările bobinei şi pierderi în celelalte părţi metalice ale bobinei: în armaturile izolatoarelor, în şuruburile de strângere, etc. [6]

La sarcina nominală, pierderile în înfăşurările bobinei pot fi determinate cu ajutorul formulei: $P = R \cdot I^2$; în care $R$ este rezistenţa activă a bobinei în curent alternativ.

După cum se ştie, rezistenţa activă pentru bobinele de reactanţă, la joasa frecventa (frecvenţa industrială), poate fi exprimată prin multiplicarea rezistentei ohmice „$R_{\Omega\theta}$" a bobinajului la temperatura de referinţă „θ", cu coeficientul pierderilor suplimentare „$k_s$".

**Tabelul 1**: $k_0$ - coeficient ce depinde de forma conductorului şi de dimensiunile bobinajului

| $b/d_m$ <br> $h/d_m$ | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 |
|---|---|---|---|---|
| 0.5 | **28.5** | **22.8** | **19.2** | **15.3** |
| 0.6 | **32.5** | **26.3** | **23.0** | **18.6** |
| 0.7 | **36.0** | **30.0** | **26.0** | **21.8** |
| 0.8 | **38.5** | **33.0** | **28.5** | **24.3** |
| 0.9 | **41.0** | **36.0** | **31.0** | **26.5** |
| 1.0 | **43.4** | **38.0** | **33.2** | **29.0** |
| 1.1 | **45.5** | **40.0** | **35.0** | **31.0** |
| 1.2 | **47.2** | **41.5** | **37.0** | **32.8** |
| 1.3 | **49.0** | **43.0** | **38.3** | **34.2** |
| 1.4 | **50.5** | **44.4** | **39.8** | **35.8** |

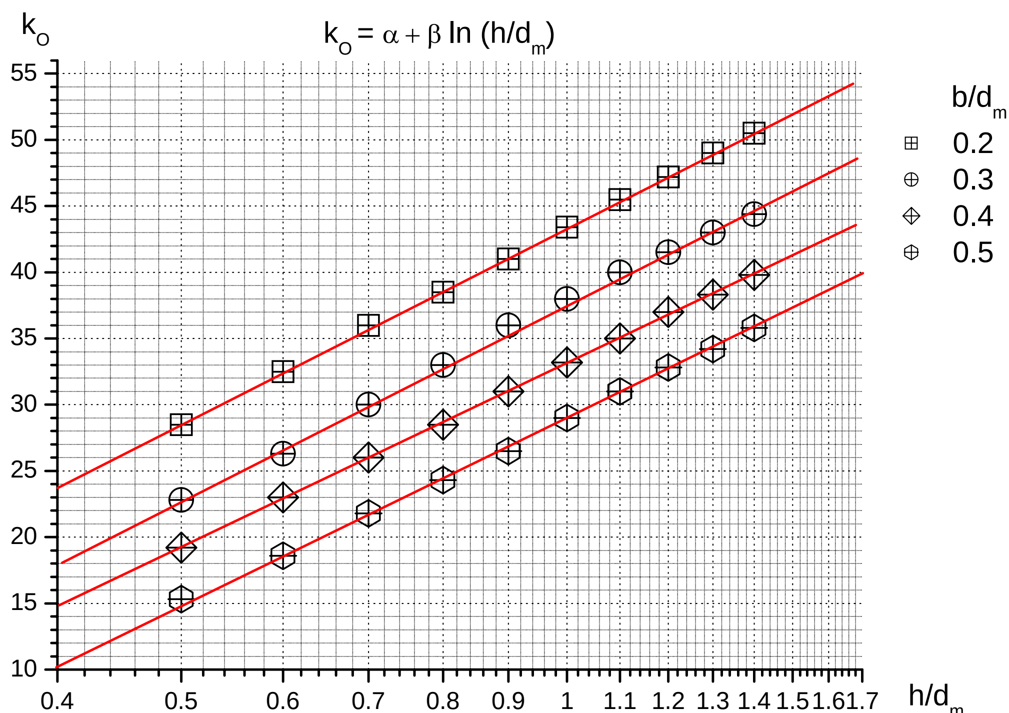



**Figura 12:** Valorile coeficientului „$k_0$" din formula (45) pentru conductoare de secţiune rotundă, în funcţie de rapoartele $h$ / $d_m$ cu valori distincte pentru rapoartele $b/d_m$ (0.2; 0.3; 0.4; 0.5) pentru care respectiv vor corespunde perechile ($\alpha$, $\beta$): (43.37, 21.32); (37.66, 21.36); (33.13, 20.03); (28.96, 20.09)

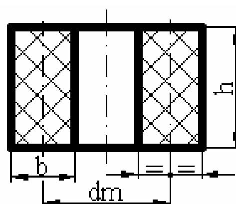



**Figura 12.1:** Geometria bobinei

Pierderile de putere în bobina de reactanţă pot fi calculate cu relaţia [4]:

$$P = k_s \cdot R_{\Omega\theta} \cdot I^2 = k_s \cdot \rho_{20} \cdot [1+\alpha \cdot (\theta\text{-}20)] \cdot \frac{M}{\gamma} \cdot j^2 \quad [Watt] \quad (44)$$

unde: $\rho_{20}$ este rezistivitatea materialului la 20°$C$ [9]: pentru cupru $\rho_{20}$ = 1/58 · $10^{-6}$ [$\Omega \cdot m$] iar pentru aluminiu $\rho_{20}$ = 1/36,2 · $10^{-6}$ [$\Omega \cdot m$];

$\alpha$ – coeficientul de temperatura al rezistentei electrice [9]:

pentru cupru $\alpha$ = 428 · $10^{-5}$ [1/°*C*], iar pentru aluminiu $\alpha$ = 408·$10^{-5}$ [1/°C];

$\theta$ – temperatura de referinţă [10]: pentru clasele de izolaţie A, E şi B: $\theta$ = 75°C iar pentru clasele de izolaţie F şi H: $\theta$ = 115°*C*;

*M* – masa conductorului activ al bobinajului [*kg*];

$\gamma$ – densitatea materialului: pentru cupru $\gamma$ =8,9·$10^3$ [kg/m$^3$], iar pentru aluminiu $\gamma$ =2,7·$10^3$ [*kg/m*$^3$];

*j* – densitatea de curent [*A/m*$^2$].

Coeficientul pierderilor suplimentare „$k_s$" se determina cu ajutorul formulei [6]:

$$k_s = 1 + k_0 \cdot k_q \cdot k_\rho \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{h}\right)^2 \cdot \left(\frac{f}{50}\right)^2 \cdot 10^{-3}, \qquad (45)$$

în care $k_0$ este un coeficient care depinde de forma conductorului şi de dimensiunile bobinajului [6]. În tabelul 1, respectiv în diagrama din figura 12 sunt date valorile coeficientului $k_0$ în funcţie de rapoartele $h/d_m$ şi $b/d_m$, unde:

- $d_m = (d_E + d_i)/2$ este diametrul mediu al bobinajului, *h* este înălţimea bobinajului şi $b = (d_E - d_i)/2$ este grosimea bobinajului;

- $k_q$ este un coeficient care depinde de valoarea „$S_{sp}$" a secţiunii spirelor înfăşurării; se determina cu relaţia $k_q$ = (1,15÷1,5) · $S_{sp}$ [$m^2$];

- $k_\rho$ este un coeficient care ţine seama de natura materialului din care este confecţionat [6]: pentru cupru, $k_\rho$= 1 iar pentru aluminiu $k_\rho$ = 0,37;

- $\sum_{i=1}^{N} w_i$ este suma spirelor întregului bobinaj ($w_i$ – numărul de spire al solenoidului „*i*", iar *N* numărul solenoizilor conectaţi în paralel);

- *h* [*m*] este înălţimea bobinajului;

- $f$ [$Hz$] – frecvenţa curentului.

Înlocuind în relaţia (44) valorile parametrilor tehnici pentru cazul bobinajelor executate din conductori de cupru, respectiv aluminiu se obţin următoarele relaţii de calcul pentru pierderile la sarcina nominală de funcţionare:

a) Pentru clasele de izolaţie: A, E şi B ($\theta$ = 75°$C$):

- *cupru*: $P = 2{,}385 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M \cdot j^2$; (46)

- *aluminiu:* $P = 12{,}53 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M \cdot j^2$; (47)

b) Pentru clasele de izolaţie: F şi H ($\theta$ = 115°C):

- *cupru*: $P = 2{,}725 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M \cdot j^2$; (48)

- *aluminiu:* $P = 14{,}20 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M \cdot j^2$; (49)

în care: $M$ [$kg$]- masa conductorului iar $j$ [$A/m^2$] - densitatea de curent.

## 7. Verificarea încălzirii în regim nominal de funcţionare

Bobina de reactanţa are înfăşurările realizate din „N” solenoizi concentrici conectaţi în paralel, care au înălţimile, grosimile (dimensiunea bobinajului solenoidului pe direcţie radială), pasul spirelor şi lăţimea canalelor de răcire identice (vezi figura 6). Numărul de spire al solenoizilor este diferit, fiind determinat astfel încât fiecare solenoid sa fie parcurs de curenţi cu valori egale. Primul solenoid al înfăşurării, care are diametrul cel mai mic, are un număr de spire „$w_1$” mai mare comparativ cu ceilalţi solenoizi. Masa conductorului activ raportată la suprafaţa de disipare este un *invariant* pentru toţi solenoizii. Primul solenoid are numărul de spire „$w_1$” care sunt distribuite uniform pe întreaga înălţime a acestuia (ceilalţi solenoizi prezintă la mijlocul bobinajului o „zona fără spire”) şi ca

urmare, masa conductorului activ şi implicit pierderile de putere activă ale acestuia au valorile mai mari comparativ cu ale celorlalţi solenoizi. Din acest motiv calculul de verificare a încălzirii în regim nominal de funcţionare a bobinei se va efectua numai pentru primul solenoid, rezultatul fiind acoperitor pentru toţi ceilalţi solenoizi.

Valorile admisibile ale încălzirilor „$\vartheta$" şi a temperaturilor admisibile „$\theta$", pentru situaţia în care răcirea înfăşurărilor bobinelor este realizată cu aer natural sau forţat, iar temperatura maximă a mediului ambiant „$\theta_{amb}$" este de 40°*C*, sunt date în tabelul 2 [10].

**Tabelul 2**

| Valorile admisibile ale încălzirii „$\vartheta$"şi ale temperaturii „$\theta = \vartheta + 40$" pentru înfăşurările bobinei | | | |
|---|---|---|---|
| Nr. crt. | Clasa de izolaţie | $\vartheta$ [°*C*] | $\theta$ [°*C*] |
| 1 | A | 60 | 100 |
| 2 | E | 75 | 115 |
| 3 | B | 80 | 120 |
| 4 | F | 100 | 140 |
| 5 | H | 125 | 165 |

În cele ce urmează vom prezenta algoritmul de calcul al încălziri pentru bobinele cu înfăşurările executate din cupru respectiv aluminiu având clasa de izolaţie A ($\theta$ =100°*C*; $\vartheta$ = 60°*C*), F ($\theta$ = 140°*C*; $\vartheta$ = 100°*C*) şi H ($\theta$ = 165°*C*; $\vartheta$ = 125°*C*).

Se determină pierderile în sarcină ale primului solenoid, la temperatura admisibilă de funcţionare corespunzătoare clasei de izolaţie [10] (vezi tabelul 2) cu ajutorul următoarelor relaţii de calcul derivate din formula (44):

a) Cupru; clasa de izolaţie A ($\theta$ = 100°*C*):

$$P = k_s \cdot \rho_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\theta - 20)] \cdot 1/\gamma \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$= 1/58 \cdot 10^{-6} (1+428 \cdot 10^{-5} \cdot 80) \cdot 1/(8,9 \cdot 10^3)\ k_s \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$=2,60 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M_1 \cdot j^2\ [Watt]; \qquad (50)$$

b) Cupru; clasa de izolaţie F ($\theta = 140°C$):

$$P = k_s \cdot \rho_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\theta - 20)] \cdot 1/\gamma \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$= 1/58 \cdot 10^{-6} (1 + 428 \cdot 10^{-5} \cdot 120) \cdot 1/(8,9 \cdot 10^3)\ k_s \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$= 2,9322 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M_1 \cdot j^2\ [W]; \qquad (51)$$

c) Cupru; clasa de izolaţie H ($\theta = 165°C$):

$$P = k_s \cdot \rho_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\theta - 20)] \cdot 1/\gamma \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$= 1/58 \cdot 10^{-6} (1 + 428 \cdot 10^{-5} \cdot 145) \cdot 1/(8,9 \cdot 10^3)\ k_s \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$= 3,1394 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M_1 \cdot j^2\ [W]; \qquad (52)$$

d) Aluminiu; clasa de izolaţie A ($\theta = 100°C$):

$$P = k_s \cdot \rho_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\theta - 20)] \cdot 1/\gamma \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$= 1/36,2 \cdot 10^{-6} (1+408 \cdot 10^{-5} \cdot 80) \cdot 1 / (2,7 \cdot 10^3)\ k_s \cdot M_1 \cdot j^2$$
$$= 13,570 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M_1 \cdot j^2\ [W]; \qquad (53)$$

e) Aluminiu; clasa de izolaţie F ($\theta = 140°C$):

$$P = k_s \cdot \rho_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\theta - 20)] \cdot 1/\gamma \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$=1/36,2 \cdot 10^{-6} (1 + 408 \cdot 10^{-5} \cdot 120) \cdot 1/(2,7 \cdot 10^3) \cdot k_s \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$=15,240 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M_1 \cdot j^2\ [W]; \qquad (54)$$

f) Aluminiu; clasa de izolaţie H ($\theta = 165°C$):

$$P = k_s \cdot \rho_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\theta - 20)] \cdot 1/\gamma \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$= 1/36,2 \cdot 10^{-6} (1 + 408 \cdot 10^{-5} \cdot 145) \cdot 1/(2,7 \cdot 10^3) \cdot k_s \cdot M_1 \cdot j^2 =$$
$$= 16,284 \cdot 10^{-12} \cdot k_s \cdot M_1 \cdot j^2\ [W]; \qquad (55)$$

unde: $k_s$ - coeficientul pierderilor suplimentare, calculat cu relaţia

(45), iar $M_1$ [kg] - masa netă a bobinajului primului solenoid.

Pentru un bobinaj cilindric fără canale de răcire transversale cu diametrul interior $d_i$, cu înălţimea $h$ şi cu grosimea $b$, masa „$M_1$" poate fi calculată cu relaţia:

$$M_1 = \gamma \cdot \pi \cdot (d_i + b) \cdot b \cdot h \quad [kg]; \tag{56}$$

unde: $\gamma[kg/m^3]$ este densitatea de material: pentru cupru, $\gamma$=8,9·$10^3$ $[kg/m^3]$, iar pentru aluminiu $\gamma = 2,7 \cdot 10^3$ $[kg/m^3]$.

Suprafaţa de disipare a căldurii pentru primul solenoid este dată de relaţia:

$$S_1 = 2 \cdot \pi \cdot (d_i + b) \cdot h \quad [m^2]. \tag{57}$$

Pierderile specifice „$\Delta p$" pe unitatea de suprafaţă şi pentru un °$C$ de creştere a încălzirii sunt date de relaţia:

$$\Delta p = \frac{P_1}{S_1 \cdot \vartheta}; \tag{58}$$

unde: - $P_1$ $[W]$ - valoarea pierderilor totale ale primului solenoid;

- $S_1$ $[m^2]$, suprafaţa de disipare calculată cu formula (57);

- $\vartheta = (\theta - \theta_{amb})$ – încălzirea admisibilă corespunzătoare clasei de izolaţie (vezi tabelul 2);

- $\alpha_{con}$ – coeficientul de transmisie a căldurii prin convecţie, determinat experimental (vezi capitolul 3).

Din relaţia (58), combinată cu relaţiile (50)÷(55) ⇒ pierderile specifice „$\Delta p$", pentru următoarele categorii de bobinaje:

a) Cupru; clasa de izolaţie A ($\vartheta$ = 60°$C$):

$$\Delta p = 2,60 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{8,9 \cdot 10^3}{2} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} = 115,7 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} =$$

$$= 115{,}7 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{60} = 1{,}93 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b \cdot j^2 \quad [\tfrac{W}{m^2 \cdot °C}]; \quad (59)$$

b) Cupru; clasa de izolaţie F ($\vartheta = 100°C$):

$$\Delta p = 2{,}9322 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{8{,}9 \cdot 10^3}{2} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} = 130{,}5 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} =$$

$$= 130{,}5 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{100} = 1{,}305 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b \cdot j^2 \quad [\tfrac{W}{m^2 \cdot °C}]; \quad (60)$$

c) Cupru; clasa de izolaţie H ($\vartheta = 125°C$):

$$\Delta p = 3{,}1394 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{8{,}9 \cdot 10^3}{2} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} = 139{,}7033 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} =$$

$$=139{,}7033 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{125} = 1{,}1176 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b \cdot j^2 \quad [\tfrac{W}{m^2 \cdot °C}]; \quad (61)$$

d) Aluminiu; clasa de izolaţie A ($\vartheta = 60°C$ ):

$$\Delta p = 13{,}570 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{2{,}7 \cdot 10^3}{2} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} = 183{,}2 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} =$$

$$= 183{,}2 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{60} = 3{,}053 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b \cdot j^2 \quad [\tfrac{W}{m^2 \cdot °C}]; \quad (62)$$

e) Aluminiu; clasa de izolaţie F ($\vartheta = 100°C$):

$$\Delta p = 15{,}240 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{2{,}7 \cdot 10^3}{2} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} = 205{,}74 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} =$$

$$= 205{,}74 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{100} = 2{,}0574 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b \cdot j^2 \quad [\tfrac{W}{m^2 \cdot °C}]; \quad (63)$$

f) Aluminiu; clasa de izolaţie H ($\vartheta = 125°C$):

$$\Delta p = 16{,}284 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{2{,}7 \cdot 10^3}{2} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} = 219{,}834 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{\vartheta} =$$

$$=219{,}834 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot \frac{b \cdot j^2}{125} = 1{,}7587 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b \cdot j^2 \quad [\tfrac{W}{m^2 \cdot °C}]; \quad (64)$$

Se verifică dacă valorile pierderilor specifice „$\Delta p$” calculate conform relaţiilor (59)÷(64) satisfac inecuaţia:

$$\Delta p \leq \Delta p_{adm} = k \cdot \alpha_{1con}; \quad (65)$$

unde: $k$ - este un coeficient care tine seama de lăţimea „Δ” a canalelor de răcire cu valorile determinate experimental, conforme cu diagrama din figura 9, iar $\alpha_{1con}$ este coeficientul admisibil de transmisie a căldurii prin convecţie cu valorile determinate

experimental, conforme cu diagramele prezentate în figura 8. Aceste valori pot fi determinate si analitic cu ajutorul formulelor (21-2) şi (21-3).

Daca inecuaţia (65) nu este satisfăcută, se va micşora valoarea densităţii de curent „*j*” (se majorează secţiunea spirelor înfăşurării) şi se reia calculul de dimensionare al bobinei de reactanţă.

## 8. Funcţionarea la curentul nominal de scurtă durată (curentul de scurtcircuit brusc)

Verificarea bunei funcţionari a bobinei de reactanţă la curentul nominal de scurtă durată „$I_{sc}$”, se poate efectua prin două metode de calcul:

a) Se aplică formula prevăzută în normele internaţionale [10]:

$$T_1 = \theta + a \cdot j_{sc}^2 \cdot t \cdot 10^{-3} \ [°C] , \qquad (66)$$

în care: - θ [°*C*] - este temperatura iniţială maximă admisibilă a înfăşurării normată în funcţie de clasa de izolaţie; valorile normate sunt date în tabelul 1;

- *a* este un coeficient dat în tabelul 3, în funcţie de parametrul ½ (θ + $T_2$);

(θ – este temperatura normată mai sus menţionată, $T_2$ este temperatura standardizată maximă admisibilă a înfăşurării în funcţie de natura materialului şi de clasa de izolaţie a înfăşurării; valorile normate sunt date în tabelul 3)

- $j_{sc}$ [*A/mm*] este valoarea densităţii curentului nominal de scurtă durată;

- *t* este durata în secunde a curentului nominal de scurtă durată; conform normelor internaţionale [10], durata normată “$t_N$”

este 2 (două) secunde dacă valoarea curentului nominal de scurtă durată este mai mare de 20 de ori ca valoarea curentului nominal de lungă durată, respectiv 3 (trei) secunde dacă valoarea curentului nominal de scurtă durată este mai mică sau egală cu de 20 ori valoarea curentului nominal de lungă durată.

Funcţionarea bobinei de reactanţă la curentul nominal de scurtă durată „$I_{sc}$” este corespunzătoare dacă este îndeplinită inecuaţia:

$$T_1 \leq T_2 \; ; \qquad (67)$$

unde $T_1$ este valoarea temperaturii calculată cu relaţia (66), iar $T_2$ este valoarea standardizată a temperaturii medii maxime admisibile, dată în tabelul 4.

**Tabelul 3**

| ½ (θ + $T_2$) | Valoarea factorului „*a*” în funcţie de parametrul „½ (θ + $T_2$)” | |
|---|---|---|
| | Înfăşurarea din Cu | Înfăşurarea din Al |
| 140 | 7,14 | 16,3 |
| 160 | 7,80 | 17,4 |
| 180 | 8,20 | 18,3 |
| 200 | 8,59 | - |
| 220 | 8,99 | - |
| 240 | 9,38 | - |

**Tabelul 4**

| Clasa de izolaţie | Valoarea temperaturii medii maxime admisibile „$T_2$” a înfăşurării | |
|---|---|---|
| | Înfăşurarea din Cu | Înfăşurarea din Al |
| A | 180 | 180 |
| E | 250 | 200 |
| B, F sau H | 350 | 200 |

Dacă inecuaţia nu este îndeplinită, atunci se va determina valoarea maximă admisibilă a densităţii de curent „$j_{scadm}$” (implicit secţiunea minimă admisibilă a spirelor bobinajului) din ecuaţia (66), în care se înlocuiesc valorile: $T_1 = T_2$ şi $t = t_N$; apoi se reia calculul de dimensionare al bobinei de reactanţă.

b) Se aplică formula pentru stabilitatea termica a aparatelor electrice [6]:

$$j^2_{sc} \cdot t = \frac{c_0 \cdot \gamma}{k_S \cdot \alpha \cdot \rho_0} \cdot \ln \frac{1+\alpha \cdot T_2}{1+\alpha \cdot \theta} \ , \qquad (68)$$

în care:

- $j_{sc}$ [$A/m^2$] - este valoarea densităţii curentului nominal de scurtă durată;

- $t$ – este durata în secunde a curentului nominal de scurtă durată;

- $c_0$ – căldura specifică a materialului: pentru cupru $c_0$ = 890 $W \cdot s/(kg \cdot grd.)$, iar pentru aluminiu $c_0$ = 387 $W \cdot s / (kg \cdot grd.)$;

- γ – densitatea materialului: pentru cupru $\gamma = 8{,}9 \cdot 10^3$ [$kg/m^3$], iar pentru aluminiu $\gamma = 2{,}7 \cdot 10^3$ [$kg/m^3$];

- $k_s$ – coeficientul pierderilor suplimentare determinat conform relaţiei (45);

- α – coeficientul de temperatură al rezistentei electrice: pentru cupru $\alpha = 428 \cdot 10^{-5}$ [$1/°C$], iar pentru aluminiu $\alpha = 408 \cdot 10^{-5}$ [$1/°C$];

- $\rho_0$ – este rezistivitatea materialului la temperatura de 0°C: pentru cupru $\rho_0 = 1/63{,}43 \cdot 10^{-6}$ [$\Omega \cdot m$], iar pentru aluminiu $\rho_0 = 1/39{,}416 \cdot 10^{-6}$ [$\Omega \cdot m$];

-$T_2$ – este temperatura standardizată maximă admisibilă a înfăşurării în funcţie de natura materialului şi de clasa de izolaţie a înfăşurării; valorile normate sunt date în tabelul 4;

- θ [$°C$] - este temperatura iniţială standardizată maximă admisibilă a înfăşurării în funcţie de clasa de izolaţie; valorile normate sunt date în tabelul 1;

Funcţionarea bobinei de reactanţă la curentul nominal de scurtă durată „$I_{sc}$” este corespunzătoare dacă este îndeplinită inecuaţia:

$$t \geq t_N; \qquad (69)$$

unde *t* este durata în secunde a curentului nominal de scurtă durată calculată cu relaţia (68), iar $t_N$ este durata normată, mai sus menţionată, a curentului nominal de scurta durată.

Daca inecuaţia (69) nu este îndeplinită, atunci se va determina valoarea maximă admisibilă a densităţii de curent „$j_{scadm}$" (implicit secţiunea minimă admisibilă a spirelor bobinajului) din ecuaţia (68), în care se înlocuieşte t = $t_N$; apoi se reia calculul de dimensionare a bobinei de reactanţă.

# 9. Verificarea funcţionarii bobinei la forţele electrodinamice

## 9.1 Relaţii generale pentru calculul forţelor

La bobinele fără miez feromagnetic, utilizate pentru limitarea curenţilor în circuitele electrice, calculul forţelor electrodinamice, care se produc la valoarea maximă de vârf a curentului nominal de scurtă durată, este necesar la dimensionarea sistemului mecanic de consolidare a conductoarelor înfăşurării.

Forţele rezultante care acţionează după anumite coordonate asupra unui sistem de conductoare se pot determina prin aplicarea teoremei forţelor generalizate în funcţie de energia magnetică a sistemului exprimată în raport cu acele coordonate. Forţele locale care acţionează asupra conductoarelor se pot determina în funcţie de valoarea inducţiei magnetice prin elementul de conductor parcurs de curent.

Energia magnetică în câmpul bobinei este:

$$W_m = \tfrac{1}{2} L \cdot i^2 \quad (70)$$

Asupra bobinei se produc forte axiale de compresie, care se

determină prin aplicarea teoremei forţelor generalizate [8]:

$$F_a = \left(\frac{\partial W_m}{\partial h}\right)_{i=const} = \frac{1}{2} \cdot i^2 \cdot \frac{\partial L}{\partial h}; \tag{71}$$

precum şi forţe radiale date de relaţia:

$$F_r = \left(\frac{\partial W_m}{\partial b}\right)_{i=const} = \frac{1}{2} \cdot i^2 \cdot \frac{\partial L}{\partial b}; \tag{72}$$

pentru aplicarea în calcule a acestor relaţii, este necesar să se cunoască funcţiile $\frac{\partial L}{\partial h}$, respectiv $\frac{\partial L}{\partial b}$, în care $L$ este inductivitatea bobinei, iar $h$ şi $b$ sunt dimensiunile bobinei (axiala, respectiv radială).

Forţa locală asupra unui element de conductor filiform de lungime $\vec{dl}$, parcurs de curentul „*i*” şi aflat în câmpul magnetic $\vec{B}$ este:

$$\vec{dF} = i \cdot [\vec{dl} \times \vec{B}]; \tag{73}$$

Pentru aplicarea în calcule a acestei relaţii este necesar să se cunoască vectorul inducţiei magnetice.

Câmpul magnetic se poate descompune în doua componente:

$$\vec{B} = \vec{B}_r + \vec{B}_h, \tag{74}$$

În care $\vec{B}_r$ este componenta radiala, iar $\vec{B}_h$ - componenta axială; cu aceasta elementul de forţă devine:

$$\vec{dF} = i \cdot [\vec{dl} \times \vec{B}_r] + i \cdot [\vec{dl} \times \vec{B}_h] \tag{75}$$

## 9.2 Forţele electromagnetice în bobinele cilindrice

Forţele electrodinamice care acţionează asupra unui sistem electromagnetic sunt întotdeauna dirijate astfel încât să mărească inductanţa sistemului în ansamblu şi de aceea, în interiorul unei bobine de reactanţă monofazate, la trecerea prin bobină a curentului, eforturile electrodinamice tind să comprime bobina în toate direcţiile

şi să mărească diametrul acesteia (vezi figura 13.1) [6], [8]. În funcţie de locul unde se află situată spira în câmpul magnetic al bobinei, aceste forţe au valori şi sensuri diferite. Ca urmare, tensiunile mecanice care apar în diferite locuri ale bobinei nu sunt identice între ele.

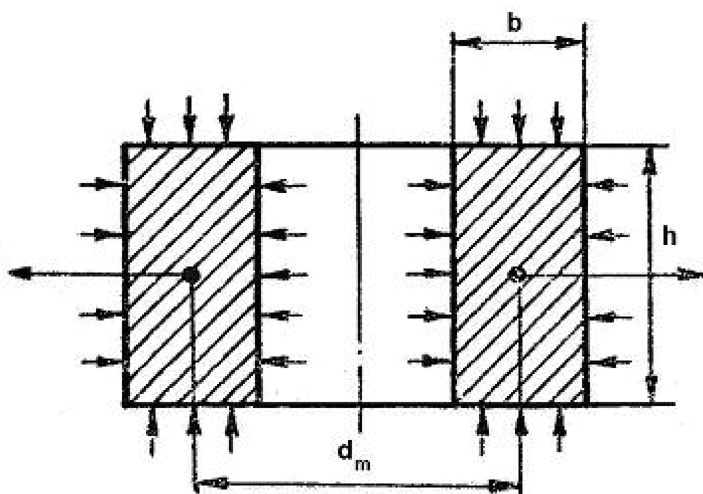



**Figura 13.1:** Direcţiile şi sensul forţelor electrodinamice

La acţiunea electrodinamică asupra spirelor, fiecare dintre forţele care acţionează asupra unităţii de lungime a spirei poate fi considerată ca suma a doua forţe: forţa radială, $F_r$, şi forţa axiala, $F_h$, create corespunzător de către câmpul longitudinal şi câmpul transversal al bobinei. În figura 13.2 este reprezentată aproximativ variaţia câmpului longitudinal pe diametrul bobinei, precum şi variaţia câmpului transversal pe înălţimea bobinei; de asemenea este reprezentată descompunerea câmpului rezultant al bobinei (într-un punct oarecare K), în componenta longitudinală $H_h$ şi transversala $H_r$, şi sunt arătate forţele $F_r$ şi $F_h$ corespunzătoare acestor câmpuri. După cum se observă din figura 13, forţele radiale maxime pe unitatea de

lungime a conductorului sunt situate pe stratul (solenoidul) interior al bobinajului, fiind create de componenta longitudinală a câmpului. Punctul maxim se afla situat la mijlocul înălţimii solenoidului din interiorul bobinajului (punctul A din figura 13.2).

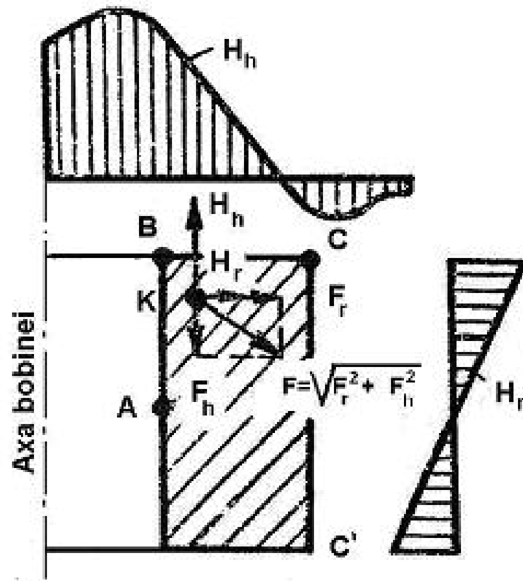



**Figura 13.2:** Câmpul magnetic pe direcţia longitudinală (axială) şi transversală (radială) şi forţele electrodinamice corespunzătoare acestora

În continuare vor fi prezentate formulele de calcul obţinute experimental, referitor la valorile câmpurilor (forţelor) longitudinale şi transversale ale bobinelor, formule care permit determinarea eforturilor ce acţionează pe unitatea de lungime a spirei, în trei puncte caracteristice: A, B şi C, ale bobinajelor (vezi figura 13.2) [6]:

$$F_A \approx 7{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{b \cdot N} \cdot \sum_{1}^{N} w_i \cdot (I_d)^2 \cdot A_{h/2} \quad [N/m]; \qquad (76)$$

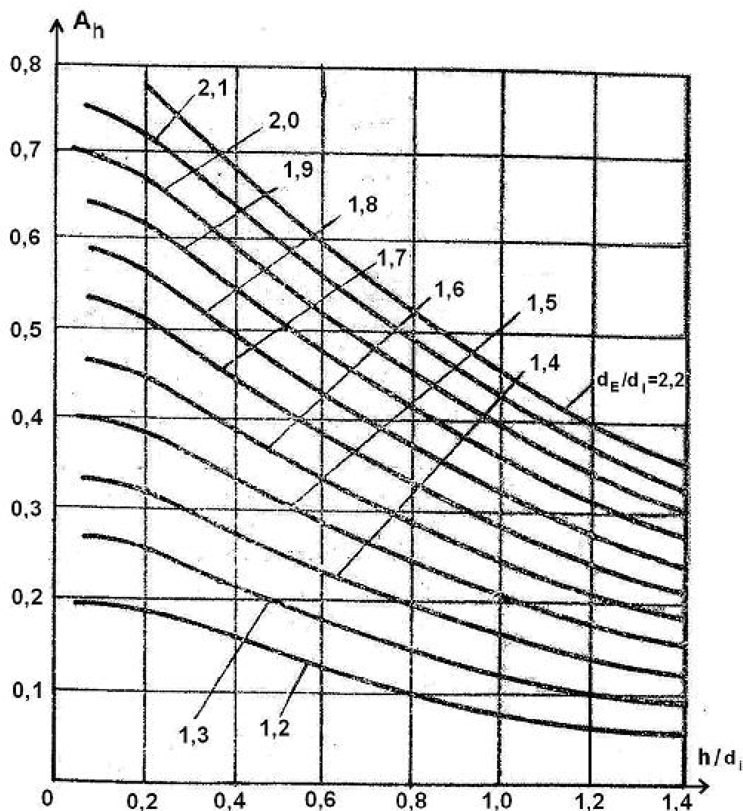
$$F_B \approx 9{,}083 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{b \cdot N} \cdot \sum_{1}^{N} w_i \cdot (I_d)^2 \cdot A_h \quad [N/m]; \qquad (77)$$

$$F_C \approx 4{,}24 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{b \cdot N} \cdot \sum_{1}^{N} w_i \cdot (I_d)^2 \cdot A_h \quad [N/m]; \qquad (78)$$

unde: - $b = (d_E - d_i)/2$ [$m$] este lăţimea bobinajului;

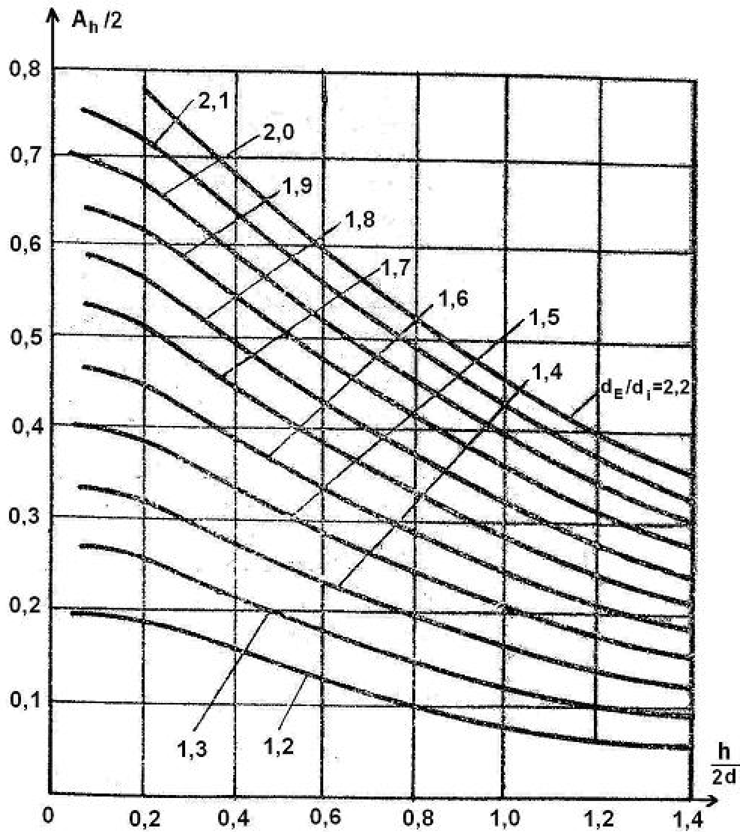
- $w = {}^1/_N \cdot \sum_{i=1}^{N} w_i$ este numărul mediu de spire al bobinei realizate din „$N$" solenoizi conectaţi în paralel;

- $I_d = 1{,}8 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{sc}$ [$A$] este valoarea de vârf a curentului nominal de scurtă durată (vezi paragraful 9.4);




**Figurile 14:** Diagramele coeficienţilor $A_h$ funcţie de raportul $h/d_i$

$A_h$ şi $A_{h/2}$ sunt coeficienţi care depind de forma bobinei şi se determină cu ajutorul nomogramelor din figurile 14, respectiv 15.




**Figurile 15:** Diagramele coeficienţilor $A_h/2$ funcţie de $h/(2d_i)$

Cu toate că forţele maxime care acţionează asupra unităţii de lungime a spirei revin spirelor medii interioare (punctul A din figura 13.2), efortul mecanic este maxim la spirele de capăt, situate la exteriorul înfăşurării (punctele C şi C' din figura 13.2). Forţa maximă în punctul A acţionează numai în sens radial, tinzând să rupă spira, iar această forţă este compensată de reacţia sistemului mecanic de consolidare al întregii înfăşurări şi, ca urmare, pericolul este în general redus. În punctele C şi C', există forţe axiale maxime care solicită spira la încovoiere (vezi figura 16). Totodată, din punct de vedere constructiv, pe spirele situate la exteriorul bobinajului se

obţine deschiderea maxima„$l_d$” a conductorilor spirei. În punctele C şi C’ se obţin tensiuni maxime şi, ca urmare, este necesară verificarea prin calcul a rezistenţei mecanice a conductorilor spirelor situate în aceste zone.

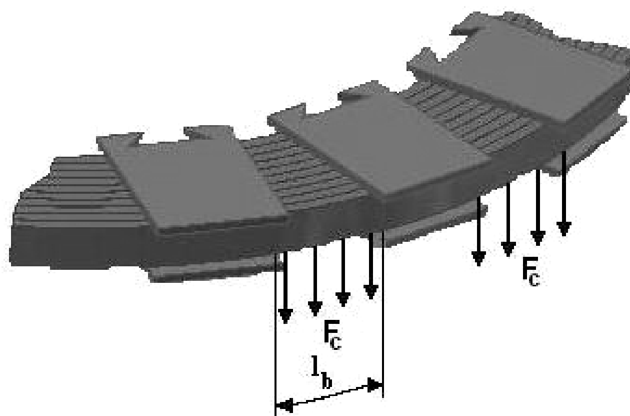



**Figura 16:** Forţele care solicită la încovoiere spira „de capăt” situată la exteriorul bobinajului

La determinarea eforturilor şi deformaţiilor conductorilor, solicitarea electrodinamică poate fi considerată ca fiind aplicată instantaneu, iar conductorul spirei poate fi considerat ca un fir flexibil (în majoritatea cazurilor spirele înfăşurării sunt realizate din mai multe conductoare elementare, care au o anumită elasticitate).

Săgeata de încovoiere a conductoarelor, pe baza teoriei firelor flexibile, poate fi calculată cu relaţia:

$$f = \frac{2 \cdot F_C \cdot l_d^2}{8 \cdot F_t} \quad [m] \tag{79}$$

în care: - $F_C$ este forţa care acţionează pe unitatea de lungime, calculată cu formula (78);

- $l_d$ $[m]$ este lungimea deschiderii conductoarelor încastrate la capete prin intermediul distanţoarelor consecutive adiacente spirei exterioare a înfăşurării;

- $F_t$ [$N$] este forţa de întindere a conductoarelor;

- 2 este un coeficient care tine seama de faptul că solicitarea nu este statica, ci este aplicata instantaneu.

Forţa de întindere a conductoarelor poate fi calculată cu relaţia:

$$F_t = \frac{8}{3} \cdot E \cdot \frac{f^2}{l_d^2} \cdot \sum s_C \quad [N] \tag{80}$$

unde $E$ [$N/m^2$] este modulul de elasticitate al materialului din care sunt confecţionate conductoarele: pentru cupru $E = 12{,}753 \cdot 10^{11}$ $N/m^2$, iar pentru aluminiu $E = 7{,}063 \cdot 10^{11}$ $N/m^2$ [9], iar $\Sigma s_c$ [$m^2$] - este secţiunea conductoarelor spirei.

Din combinaţia relaţiilor (79) şi (80), rezultă „săgeata”, $f$, a conductorului:

$$f = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot F_C \cdot l_d^4}{64 \cdot E \cdot \sum s_C}} \quad [m] \tag{81}$$

Efortul unitar în conductoare va fi:

$$\sigma = \frac{F_t}{\sum s_C} = \frac{8}{3} \cdot E \cdot \frac{f^2}{l_d^2} \quad [N/m^2] \tag{82}$$

Din combinaţia relaţiilor (81) şi (82) $\Rightarrow$

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{F_C^2 \cdot ld^2 \cdot E}{6 \cdot \left(\sum s_C\right)^2}} \quad [N/m^2] \tag{83}$$

Cu relaţia (83) se pot determina eforturile mecanice specifice care apar în conductoare, atunci când se cunosc forţele $F_C$ care acţionează pe unitatea de lungime a conductoarelor.

Comportarea conductoarelor la efortul electrodinamic este corespunzătoare dacă este satisfăcută inecuaţia:

$$\sigma \le \sigma_{adm}, \tag{84}$$

unde $\sigma_{adm}$ - este tensiunea admisibilă la tracţiune a materialului:

pentru cupru $\sigma_{adm} = 20 \cdot 10^7$ $N/m^2$, iar pentru aluminiu $\sigma_{adm} = 15 \cdot 10^7$ $N/m^2$ [11].

Dacă tensiunea mecanica „σ” determinată cu formula (83) este mai mare decât tensiunea admisibilă la tracţiune a materialului conductorului „$\sigma_{adm}$”, atunci se va proceda la micşorarea lungimii „$l_d$”, prin majorarea adecvată a numărului de distanţoare distribuite uniform pe circumferinţa spirei.

Forţa admisibilă $F_{adm}$ pe unitatea de lungime, în cazul unei secţiuni uniforme a conductoarelor spirei (dacă se consideră conductoarele ca o grindă cu capetele încastrate), poate fi determinata cu relaţia:

$$F_{adm} = 12 \cdot W \cdot \frac{\sigma_{adm}}{l_d^2} \quad [N/m], \tag{85}$$

în care: - $W$ [$m^3$] este modulul de rezistenţă al conductoarelor spirei;

- $\sigma_{adm}$ [$N/m^2$] tensiunea admisibilă la tracţiune a materialului conductoarelor;

- $l_d$ [$m$]– lungimea conductoarelor, considerate ca o grindă încastrată la ambele capete.

Dacă conductoarele care alcătuiesc secţiunea spirei nu satisfac întru totul proprietăţile firelor flexibile, atunci forţa admisibilă „$F_{adm}$” pe unitatea de lungime a conductoarelor (cablului) poate fi determinată cu relaţia:

$$F_{adm} = \frac{\Sigma s_C}{l_d} \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot \sigma_{adm}^3}{E}} \quad [N] \tag{86}$$

în care: - $\Sigma s_c$ [$m^2$] este secţiunea conductoarelor spirei;

- $E$ [$N/m^2$] – modulul de elasticitate al materialului.

Forţa „$F_l$” exercitată pe unitatea de lungime a conductoarelor

spirelor de capăt situate la exteriorul înfăşurării bobinei poate fi determinată cu relaţia de calcul [6]:

$$F_l = 10^{-7} \cdot \frac{\sum_1^N w_i}{h} \cdot \left(\frac{I_d}{N}\right)^2 \cdot \beta \quad [N/m] \tag{87}$$

în care: - $\sum_1^N w_i$ este suma spirelor celor „*N*” solenoizi conectaţi în paralel (numărul total al spirelor înfăşurării a căror secţiune este străbătută de curentul cu valoarea $I_d / N$ $[A]$);

- $h$ $[m]$ este înălţimea bobinajului (dimensiunea pe direcţia axială);

- $I_d = 1{,}8 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{sc}$ $[A]$ este valoarea de vârf a curentului nominal de scurtă durată (vezi paragraful 9.4);

- $N$ - este numărul solenoizilor conectaţi în paralel;

- $\beta = \beta\left(\frac{h}{d_m}, \frac{b}{d_m}\right)$ este un coeficient care depinde de geometria bobinei, iar valorile sunt date în tabelul 5.

Comportarea conductoarelor la efortul electrodinamic este corespunzătoare dacă este satisfăcută inecuaţia:

$$F_l \leq F_{adm} \tag{88}$$

**Tabelul 5:** Valorile coeficientului β pentru calculul solicitărilor în spiră, conform relaţiei (87)

| $h/d_m$ | $b/d_m$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0,2 | 0,22 | 0,24 | 0,26 | 0,28 | 0,30 | 0,32 | 0,34 | 0,36 |
| 0,6 | 3,35 | 3,18 | 3,0 | 2,84 | 2,70 | 2,56 | 2,42 | 2,30 | 2,20 |
| 0,8 | 3,58 | 3,40 | 3,23 | 3,07 | 2,90 | 2,76 | 2,62 | 2,50 | 2,39 |
| 1,0 | 3,70 | 3,54 | 3,38 | 3,23 | 3,07 | 2,92 | 2,78 | 2,64 | 2,51 |
| 2,0 | 3,90 | 3,70 | 3,52 | 3,36 | 3,20 | 3,05 | 2,90 | 2,77 | 2,64 |

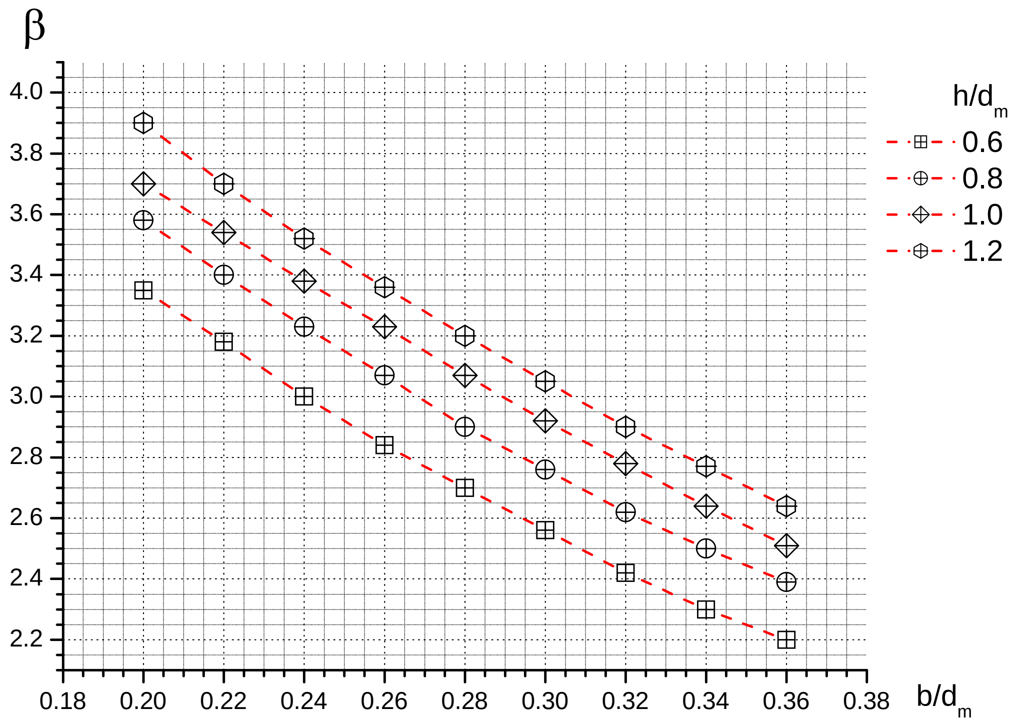



**Figura 16.1:** Coeficientul β exprimat în funcţie b/$d_m$ la valori h/$d_m$ distincte

## 9.3 Forţele dintre două bobine cilindrice identice coaxiale

Energia magnetică corespunzătoare câmpului magnetic mutual este:

$$W_{m12} = i_1 \cdot i_2 \cdot L_{12} \qquad (89)$$

Forţa axială rezultantă, de interacţiune dintre cele doua bobine cilindrice coaxiale identice este [8]:

$$F_{a12} = \left(\frac{\partial W_m}{\partial z_0}\right)_{i_1, i_2 = const} = i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{\partial L_{12}}{\partial z_0} = i_1 \cdot i_2 \cdot w^2 \cdot \varphi_a, \qquad (90)$$

în care: $z_0$ - $h$ = $S$ este distanta dintre bobine ($z_0$ - este distanta dintre centrele bobinelor, iar $h$ este înălţimea bobinei – vezi figura

17);

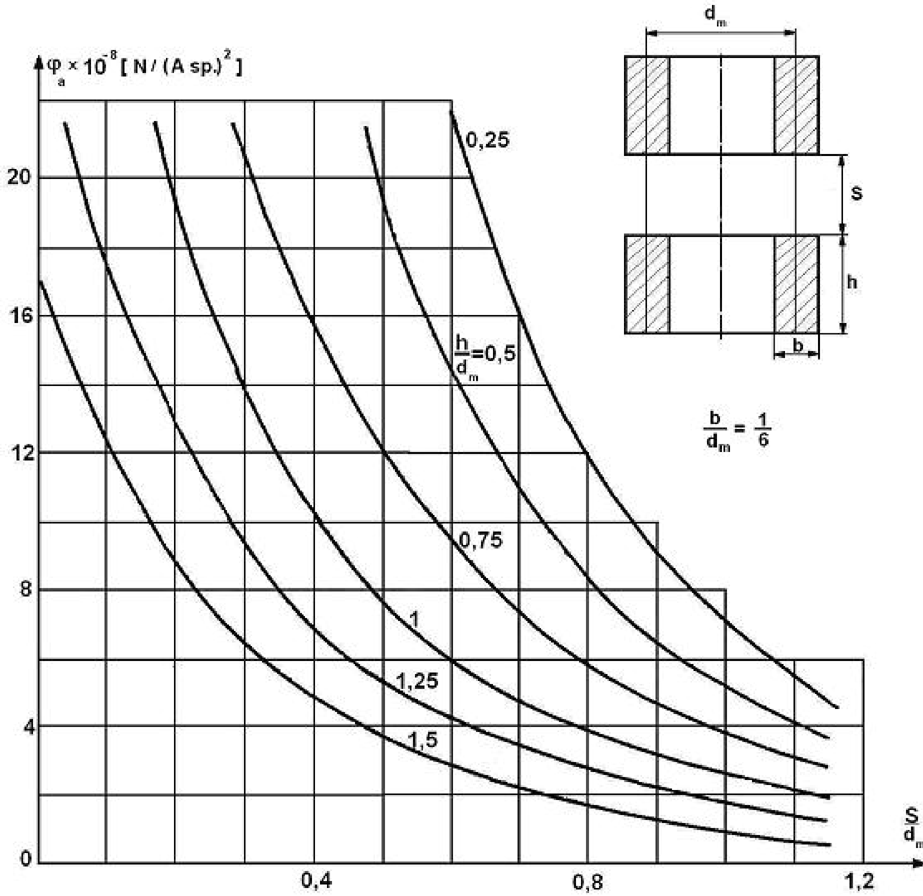



**Figura 17:** Forţele electrodinamice specifice „$\varphi_a$" care acţionează între două bobine identice montate suprapus (pe aceeaşi verticală) în funcţie de raportul $S/d_m$ ($S$ = distanţa dintre axele bobinelor; $d_m$ = diametrul mediu al bobinajului) şi de geometria bobinei (rapoartele $h/d_m$ = 0,5 ÷ 1,5 şi $b/d_m$ = 1/6)

$w$ – este numărul de spire al bobinei;

$\varphi_a = \varphi_a\left(\frac{b}{d_m}, \frac{h}{d_m}, \frac{S}{d_m}\right)$ - este o funcţie care caracterizează valoarea forţei de interacţiune pe un amper-spiră ($i_1 = i_2 = 1A$ şi $w = 1$), în funcţie de dimensiunile geometrice ale bobinelor ($b/d_m$, $h/d_m$) şi raportul dintre distantei „$S$" dintre înfăşurări şi diametrul lor mediu $S/d_m$.

În figura 17 sunt reprezentate nomogramele forţelor specifice axiale rezultante între două bobine identice coaxiale, montate suprapus pe aceeaşi verticală a locului (este reprezentat graficul funcţiei $\varphi_a$ în funcţie de raportul $S/d_m$, pentru diferite rapoarte $h/d_m$, în cazul particular când raportul dintre diametrul mediul al bobinajului şi grosimea acestuia are valoarea: $d_m/b = 6$).

## 9.4 Forţele între două bobine cilindrice identice cu axele paralele aşezate la aceeaşi cotă[1]

Forţele rezultante care se exercită radial în planul perpendicular pe axele bobinelor se determină cu relaţia:

$$F_r = \left(\frac{\partial W_m}{\partial S}\right)_{i_1, i_2 = const} = i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{\partial L_{12}}{\partial S} = i_1 \cdot i_2 \cdot w^2 \cdot \varphi_r , \qquad (91)$$

în care: - $S$ este distanţa între axele bobinelor (vezi figura 18);

- $w$ este numărul de spire al bobinei;

- $\varphi_r = \varphi_r\left(\frac{b}{d_m}, \frac{h}{d_m}, \frac{S}{d_m}\right)$ este o funcţie care caracterizează valoarea forţei de interacţiune pe un amper-spira ($i_1 = i_2 = 1A$ şi $w = 1$), în funcţie de dimensiunile geometrice ale bobinelor: ($b/d_m$, $h/d_m$) şi raportul distantei dintre axele bobinelor şi diametrul lor mediu: $S/d_m$.

În figura 18 s-au reprezentat nomogramele forţelor specifice radiale rezultante care se exercită între două bobine identice cu axele paralele (graficul funcţiei $\varphi_r$), în funcţie de raportul $S/d_m$, pentru diferite rapoarte $h/d_m$, în cazul particular când raportul dintre diametrul mediu al bobinajului şi grosimea acestuia are valoarea: $d_m/b = 6$.

[1] ($z_0 = 0$)

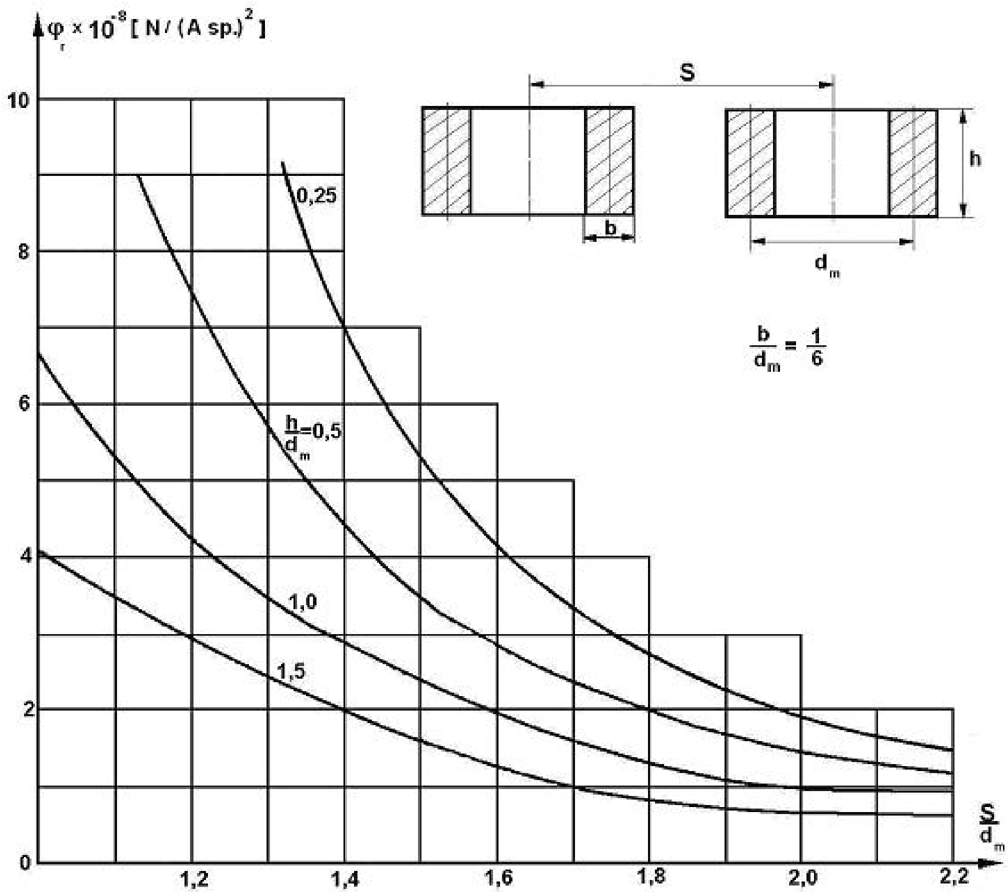



**Figura 18:** Forţele electrodinamice $\varphi_r$ care acţionează între două bobine identice montate alăturat în funcţie de raportul $S/d_m$ ($S$ este distanţa dintre axele bobinelor; $d_m$ – diametrul mediu al bobinajului) şi de geometria bobinei (rapoartele $h/d_m = 0,5 \div 1,5$ şi $b/d_m = 1/6$)

Forţele axiale rezultante, de deplasare a celor doua bobine cilindrice aşezate la aceeaşi cotă ($z_0 = 0$), sunt nule [8].

Pentru calculul forţelor electrodinamice trebuie determinate valorile curentului nominal de scurtă durată „$I_{sc}$" şi valoarea de vârf a acestuia „$I_d$". În ipoteza în care toate rezistenţele ohmice ale circuitului sunt neglijate iar bobina de reactanţă rămâne ca unic consumator de

energie electrică în circuit şi, totodată, considerând că tensiunea reţelei nu variază în timpul scurtcircuitului, valorile maxime posibile ale acestor curenţi pot fi determinate cu relaţiile:

$$I_{sc} = \frac{U_N}{\sqrt{3} \cdot X_N} = \frac{U_N}{\sqrt{3} \cdot 2\pi \cdot f \cdot L_N} \quad [A] \qquad (92)$$

în care: - $U_N$ [$V$] este tensiunea nominală a reţelei electrice;

- $f$ [$Hz$] este frecvenţa curentului;

- $L_N$ [$H$] este inductivitatea nominală a bobinei de reactanţă.

$$I_d = 1{,}8 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{sc} \quad [A] \qquad (93)$$

În cazul scurtcircuitului simetric trifazat, valorile produsului curenţilor a două faze „$i_1 \cdot i_2$" variază intre limitele: $-\frac{3}{4} \cdot I_d^2 \div \frac{1}{4} \cdot I_d^2$. Valorile maxime ale produsului „$i_1 \cdot i_2$" (negative şi pozitive) dau valorile maxime ale forţelor de atracţie şi de respingere ale bobinelor. Astfel, în cursul unei singure perioade a curentului alternativ, forţele care se exercită între fazele adiacente au doua valori maxime negative şi doua valori maxime pozitive.

*În situaţia în care cele trei bobine monofazate sunt identice şi sunt montate suprapus (pe aceeaşi verticală a locului) se calculează:*

a) forţele maxime de respingere „$F_{resp}$", care se exercită între fazele adiacente:

$$F_{resp} = \frac{3}{4} \cdot I_d^2 \cdot w^2 \cdot \varphi_a \; [N], \qquad (94)$$

unde $I_d$ se calculează cu relaţia (93), $w = \frac{1}{N} \cdot \sum_{1}^{N} w_i$ - este valoarea medie a numărului de spire al bobinei realizate din "$N$" solenoizi conectaţi în paralel iar valorile $\varphi_a \left[ \frac{N}{(A \cdot sp.)^2} \right]$ se iau din nomogramele din

figura 17.

b) forţele maxime de atracţie „$F_{atr}$“, care se exercită între fazele adiacente:

$$F_{atr} = \frac{1}{4} \cdot I_d^2 \cdot w^2 \cdot \varphi_a \quad [N], \tag{95}$$

Din combinaţia relaţiilor (79) şi (80) rezultă:

$$F_{resp} = 3 \cdot F_{atr}\,; \tag{96}$$

adică, în cazul montajului suprapus (pe aceeaşi verticală a locului) a unui set de trei bobine monofazate identice, forţele de respingere care se manifestă între faze sunt de trei ori mai mari faţă de cele de atracţie şi, ca urmare, este util ca izolatoarele dintre faze să fie izolatoare compozite care au o rezistenţă remarcabilă la tracţiune.

Valorile acestor forţe pot fi inversate dacă bobina monofazată, amplasata la mijloc (faza centrală) are sensul înfăşurărilor inversat faţă de sensul înfăşurărilor celorlalte două bobine monofazate, sau dacă în faza centrală se realizează schimbarea sensului curentului prin inversarea bornelor de alimentare cu energie electrică. În acest caz forţele de respingere vor fi:

$$F_{resp} = \frac{1}{3} \cdot F_{atr}; \tag{97}$$

În acest ultim caz consolidarea mecanică între bobine poate fi realizată cu ajutorul izolatoarelor din porţelan care rezistă mai bine la eforturi de compresiune faţă de tracţiune.

*În situaţia în care cele trei bobine monofazate sunt identice şi sunt montate alăturat (pe o linie orizontală – vezi figura* 18 *), sensul forţelor maximale nu are un rol prea mare, deoarece izolatoarele*

*suport sunt solicitate la încovoiere. Numai în situaţia în care sunt utilizate ca distanţoare intre faze izolatoarele suport din porţelan, este mai avantajos ca forţele maximale de interacţiune între bobine să fie forţele de atracţie.*

Amplasarea pe orizontală a bobinelor este folosită fie în cazul unor forte electrodinamice mari, fie în cazul unor înălţimi mici ale spaţiului disponibil.

Formulele de calcul ale forţelor de respingere şi de atracţie sunt similare cu relaţiile de calcul (94) şi (95), cu precizarea ca funcţia „$\varphi_a$” se înlocuieşte cu funcţia „$\varphi_r$”:

$$F_{resp} = \frac{3}{4} \cdot I_d^2 \cdot w^2 \cdot \varphi_r \quad [N]; \qquad (98)$$

$$F_{atr} = \frac{1}{4} \cdot I_d^2 \cdot w^2 \cdot \varphi_r \quad [N]; \qquad (99)$$

unde $I_d$ se calculează cu relaţia (93), iar valorile $\varphi_r[N/(A \cdot sp)^2]$ se determină din nomogramele prezentate în figura 18.

# ANEXA A.1: Alegerea bobinelor de reactanţă limitatoare de curent pentru protecţia circuitelor electrice. Exemplul numeric

Cunoscându-se configuraţia circuitului electric (vezi figura 19) unde urmează a fi instalată bobina de reactanţă, inclusiv partea de scurtcircuit în amonte $Sk_1$ [MVA], respectiv în aval $Sk_2$ [MVA] de bobină, reactanţa nominală necesară pentru bobină se calculează cu relaţia (100):

$$X_n[\Omega] = U_n^2[kV]\left[\frac{1}{S_{k2}[MVA]} - \frac{1}{S_{k1}[MVA]}\right] \tag{100}$$

Exemplu: Cunoscând schema monofilară indicată în figura 19, se calculează puterea de scurtcircuit ”$Sk_1$” în amonte de bobină, cu relaţia (101)

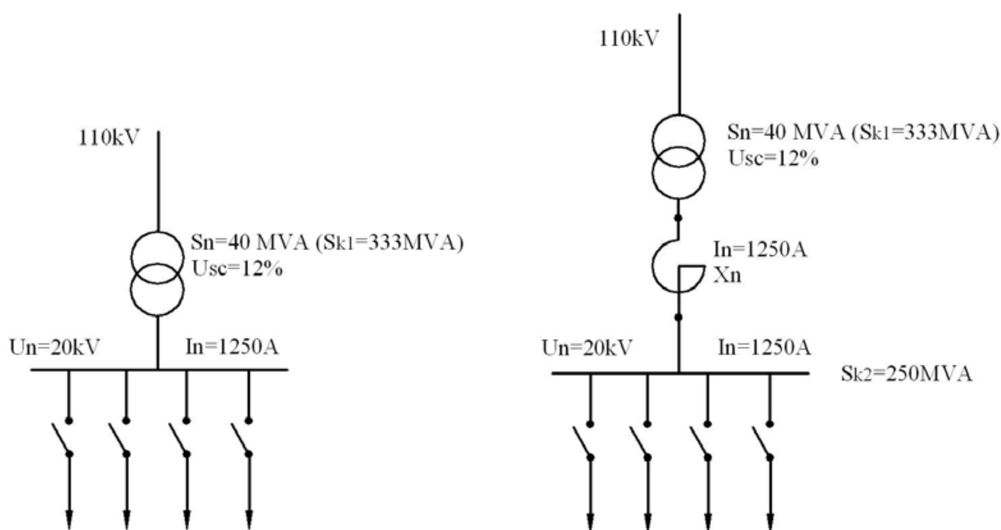



**Figura 19**: Schema monofilară a circuitului electric ude urmează a fi înseriată bobina de reactanţă

$$S_{k1} = \frac{S_n}{U_{sc}\%} = \frac{40}{12/100} = \frac{4000}{12} = 333MVA. \quad (101)$$

Puterea de scurtcircuit ($Sk_2$) în aval de bobină este impusă, fiind egală cu puterea de rupere a întreruptoarelor de medie tensiune:

$$S_{k2} = 250MVA$$

Valoarea reactanţei nominale”$X_n$” necesara pentru bobina de reactanţă ce urmează a fi înseriată în circuit, astfel încât puterea de scurtcircuit în aval (pe partea de medie tensiune) să fie limitată la $S_{k2}$=250 MVA, rezultă din relaţia (100):

$$X_n[\Omega] = U^2[kV]\left[\frac{1}{S_{k2}[MVA]} - \frac{1}{S_{k1}[MVA]}\right] = 20^2\left[\frac{1}{250} - \frac{1}{333}\right] = 0{,}4\Omega$$

Reactanţa procentuala “$x_p$” necesară pentru bobină se calculează cu relaţia (102 ):

$$x_p = \frac{X_n \cdot I_n}{U_n/\sqrt{3}} \cdot 100 = \frac{0{,}4 \cdot 1250}{20000/\sqrt{3}} \cdot 100 = 4{,}33\% \quad (102)$$

Se rotunjeşte la întreg $x_p = 5\%$

Bobina de reactanţă necesară va avea parametrii nominali: $U_n = 20$ k$V$; $I_n = 1250$ $A$ şi $x_p = 5\%$.

# ANEXA A.2: Bobina de reactanţa ”BR-6000-2500-5”, uscată, fără miez feromagnetic, de tip serie definita în CEI 60076-6: 2007. Exemplul numeric: calculul de dimensionare

## A.2.1. Date nominale:

- tensiunea nominala: $U_N = 6000\ V$;
- curentul nominal: $I_N = 2500\ A$;
- reactanţa procentuala: $x_p = 5/100$
- frecventa nominala: $f_N = 50\ Hz$
- conductoarele înfăşurării: aluminiu
- clasa de izolaţie: F ($\vartheta = 100\ °C$; $\theta = 140\ °C$)
- diametrul maxim al înfăşurării: $d_{adm} = 1500\ mm$
- înălţimea maximă a înfăşurării: $h_{adm} = 450\ mm$

### A.2.1.2. Reactanţa nominală:

$$X_N = \frac{U_N}{\sqrt{3} \cdot I_N} \cdot x_p = \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 2500} \cdot \frac{5}{100} \approx 0{,}0693\ \Omega$$

(toleranţa admisă: 0%, +20% ⇔ vezi CEI 60076-6: 2007).

### A.2.1.3. Inductivitatea nominală:

$$L_N = \frac{X_N}{2 \cdot \pi \cdot f_N} = 0{,}220 \cdot 10^{-3}\ H$$

(toleranţa admisă: 0%, +20% ⇔ pentru calculul de predimensionare, valoarea inductanţei se majorează cu 10% , şi ca urmare se va considera: $L_N = 0{,}242 \cdot 10^{-3} H$)

### A.2.1.4. Curentul nominal de scurta durata:

$$I_{sc} = \frac{U_N}{\sqrt{3} \cdot X_N} = \frac{I_N}{x_p} = \frac{2500}{5/100} = 50\ 000\ A\ ;$$

$t = 3\ s \Leftrightarrow$ ($I_{sc} \leq 20 \cdot I_N \Rightarrow t = 3$ sec, conform CEI 60076-6: 2007).

**A.2.1.5. Valoarea de vârf a curentului nominal de scurtă durată:**

$$I_d = 1{,}8 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{sc} \approx 125\ 000\ A.$$

**A.2.2. Calculul de predimensionare**

Conform nomogramelor din figura 11, pentru un solenoid din aluminiu clasa F de izolaţie, cu grosimea bobinajului $n_0 = b = 10 \div 15$ $mm$ şi cu înălţimea $h \approx 1000\ mm \Rightarrow$ densitatea de curent $j \approx 1{,}35$ $A/mm^2$.

Spira solenoidului este realizata din $n$ =10 conductoare de aluminiu cu secţiunea dreptunghiulară 2 × 10,5 ($s_c$ = 20,6 $mm^2$) conectate în paralel (dispunerea conductoarelor: 5 pe direcţia radiala şi 2 pe direcţia axială); ⇒ secţiunea spirei solenoidului: $\Sigma s_c = 10 \cdot 20{,}6 = 206\ mm^2$.

În ipoteza în care se admite o creştere a bobinajului de cca. 2,5% atât pe direcţie radiala cât şi pe direcţie axială, iar grosimea izolaţiei "$\Delta_{iz}$" însumată pentru ambele laturi ale conductorului este de cca. 0,5 $mm$, rezulta:

- $n_0 = 1{,}025 \cdot (2+0{,}5) \cdot 5 = 12{,}8125 \approx 13\ mm$;
- $n_v = 1{,}025 \cdot (10{,}5 + 0{,}5) \cdot 2 = 22{,}55\ mm$;
- $k_M = \dfrac{n_0 \cdot n_v}{n \cdot s_c} = \dfrac{12{,}8125 \cdot 22{,}55}{10 \cdot 20{,}6} = 1{,}4025$

Din relaţia: $n_0 \cdot n_v \cdot N = k_M \cdot \dfrac{I_N}{j_N} \Rightarrow \mathrm{N} = 1{,}4025 \cdot \dfrac{2500}{12{,}8125 \cdot 22{,}05 \cdot 1{,}35} = 8{,}989$;

Se adopta $N = 9$ (numărul solenoizilor conectaţi în paralel);

Se recalculează $j_N = \dfrac{I_N}{N \cdot \Sigma s_C} = \dfrac{2500}{9 \cdot 206} = 1{,}3484\ A/mm^2$

Din motive de răcire a bobinajului, respectiv a izolaţiei intre spire

se adopta:

- $k_0$ = 14 *mm* (lăţimea canalelor de răcire);
- $k_v$ = 2 *mm* (grosimea distanţoarelor dintre două spire consecutive).

Pasul înfăşurării:

- pe direcţie axială: $p_v = n_v + k_v = 22{,}55 + 2 = 24{,}55$ *mm*
- pe direcţie radială : $p_0 = n_0 + k_0 = 12{,}8125 + 14 = 26{,}8125$ *mm*; valorile diametrelor medii al solenoizilor formează o progresie aritmetica cu raţia $r = 2 \cdot p_0 = 2 \cdot 26{,}8125 = 53{,}625$ *mm*.

Inductivitatea „$L_c$" a bobinei echivalente se determina cu relaţia (14):

$$L_c = \left(1{,}4025 \cdot \frac{2500}{1^2 \cdot 1{,}3484}\right)^2 \left(1 + \frac{14}{12{,}8125} + \frac{2}{22{,}55} + \frac{14 \cdot 2}{12{,}8125 \cdot 22{,}55}\right)^2 \cdot 0{,}242 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 8493{,}377 \text{ H}$$

Valoarea optima "*b*" a ferestrei bobinei pătrate se determină cu formula (16);

$$b = 10^{-1} \cdot \left(\frac{8493{,}377}{25{,}5}\right)^{\frac{1}{5}} = 0{,}320 \ m = 320 \ mm$$

Valoarea optima a diametrului mediu „$d_m$" al bobinei se determina cu relaţia (17):

$$d_m = 3 \cdot b = 3 \cdot 320 = 960 \ mm$$

(coincide cu diametrul mediu al solenoidului nr. 5, din cei 9 solenoizi conectaţi în paralel);

Diametrul mediu „$d_1$" al primului solenoid(solenoidul cu diametrul cel mai mic) rezulta:

$$d_1 = d_m - \frac{N-1}{2} \cdot r = 960 - \frac{9-1}{2} \cdot 53{,}625 = 745{,}5 \ mm$$

Diametrul mediu al solenoidului $d_9$ (solenoidul cu diametrul cel

mai mare) este:

$$d_9 = d_m + \frac{N-1}{2}\cdot r = 960 + \frac{9-1}{2}\cdot 53{,}625 = 1174{,}5mm$$

Se determina numărul de spire pentru fiecare solenoid în parte cu ajutorul „Relaţiilor lui Maxwell privitoare la inductivităţi" (19), astfel încât sa fie realizata egalizarea curenţilor pe fiecare cale de curent. Sistemul de ecuaţii (19) este rezolvat cu ajutorul unui program *software* specializat.

În tabelul A1 sunt prezentate centralizat numărul diferenţiat de spire pentru bobina realizata din $N = 9$ solenoizi conectaţi în paralel.

Tabelul A1:

Bobina \ $Z = 0{,}076\ \Omega$ \ $d1 \div d9 = 0{,}7455 \div 1{,}1745\ m$ \ $p = 0{,}02455\ m$ \ $b = 0{,}02205\ m$ \ $c = 0{,}0123125\ m$ \ $\rho = 4{,}45797395569085E\text{-}8\ \Omega\cdot m$; $k_M = 1{,}318$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) $2 \times w(1) = 2 \times 13{,}2$ | $2 \times a(1) = 2 \times 0{,}3240\ m$ | $L(1) = 0{,}0021868961\ H$ | $z(1) = 0{,}687052\ \Omega$. |
| 2) $2 \times w(2) = 2 \times 11{,}6$ | $2 \times a(2) = 2 \times 0{,}2847\ m$ | $L(2) = 0{,}0021777842\ H$ | $z(2) = 0{,}684187\ \Omega$. |
| 3) $2 \times w(3) = 2 \times 10{,}5$ | $2 \times a(3) = 2 \times 0{,}25777\ m$ | $L(3) = 0{,}0021746037\ H$ | $z(3) = 0{,}683187\ \Omega$. |
| 4) $2 \times w(4) = 2 \times 9{,}8$ | $2 \times a(4) = 2 \times 0{,}2405\ m$ | $L(4) = 0{,}0021891455\ H$ | $z(4) = 0{,}687755\ \Omega$. |
| 5) $2 \times w(5) = 2 \times 9{,}2$ | $2 \times a(5) = 2 \times 0{,}2258\ m$ | $L(5) = 0{,}0021733138\ H$ | $z(5) = 0{,}682782\ \Omega$. |
| 6) $2 \times w(6) = 2 \times 8{,}9$ | $2 \times a(6) = 2 \times 0{,}21849\ m$ | $L(6) = 0{,}0021835956\ H$ | $z(6) = 0{,}686012\ \Omega$. |
| 7) $2 \times w(7) = 2 \times 8{,}7$ | $2 \times a(7) = 2 \times 0{,}21358\ m$ | $L(7) = 0{,}0021774680\ H$ | $z(7) = 0{,}684088\ \Omega$. |
| 8) $2 \times w(8) = 2 \times 8{,}7$ | $2 \times a(8) = 2 \times 0{,}21358\ m$ | $L(8) = 0{,}0021800533\ H$ | $z(8) = 0{,}684902\ \Omega$. |
| 9) $2 \times w(9) = 2 \times 8{,}9$ | $2 \times a(9) = 2 \times 0{,}21849\ m$ | $L(9) = 0{,}0021856502\ H$ | $z(9) = 0{,}686663\ \Omega$. |

***Unde: 2×w(i)= numărul de spire al solenoidului "i" ; a(i) = înălţimea solenoidului "i" constituit din w(i) spire.***
***L(i) şi Z(i) = inductivitatea, respectiv impedanţa solenoidului "i" constituit din 2×w(i) spire; p = pasul spirelor solenoizilor; b × c = dimensiunile secţiunii dreptunghiulare a spirelor solenoizilor (secţiunea conductorului blanc echivalent: b - pe direcţia axială şi c - pe direcţia radiala); $k_M$ = factorul de majorare a secţiunii spirei.***

***Z_calculat = 0,0761308327283162 (ohm)***
***Eroarea (dZ) = 0,0001308 Ω; Eroarea relativă procentuală (100 · dZ/Z) = 0,17 %.***

Înălţimea bobinajului este dată de înălţimea primului solenoid: $h$ = 648 $mm$ > $h_{adm}$ =450 $mm$.

Pentru a diminua înălţimea bobinajului se reia calculul de predimensionare al bobinei cu un număr majorat de solenoizi conectaţi în paralel determinat, cu relaţia:

$$N = 1 + \frac{b}{p_0} = 1 + \frac{320}{26,8125} = 12,93 \approx 13;$$

Se recalculează secţiunea spirei : $\Sigma s_c = n \cdot s_c = I_N/(N \cdot j)$ = 2500/13/1,35 = 142,45 $mm^2$; pentru $n$ = 10 ⇒ $s_c$ = 14,245 $mm^2$; se alege valoarea standardizată: $s_c$ = 14,6 $mm^2$ ⇔ conductorul de aluminiu cu secţiunea dreptunghiulară 2 x 7,5.

Se recalculează mărimile:

- densitatea de curent: $j$ = 2500/13/146 = 1,317 $A/mm^2$
- $n_v = 1,025 \cdot (7,5 + 0,5) \cdot 2 = 16,4$ $mm$;
- $p_v = 16,4 + 2 = 18,4$ $mm$;
- $k_M = 12,8125 \cdot 16,4/146 = 1,439$;
- $$L_c = \left(1,439 \cdot \frac{2500}{1^2 \cdot 1,317}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{14}{12,8125} + \frac{2}{16,4} + \frac{14 \cdot 2}{12,8125 \cdot 16.4}\right)^2 \cdot 0,242 \cdot 10^{-3} =$$

  =9954,0 $H$
- $$b = 10^{-1} \cdot \left(\frac{9954,0}{25,5}\right)^{1/5} = 0,330m = 330mm$$
- $d_m = d_6 = 3 \cdot b = 3 \cdot 330 = 990$ $mm$
- $$d_1 = d_m - \frac{N-1}{2} \cdot r = 990 - \frac{13-1}{2} \cdot 53,625 = 668,25mm \approx 670mm$$
- $$d_{13} = d_m + \frac{N-1}{2} \cdot r = 990 - \frac{13-1}{2} \cdot 53,625 = 1311,75mm \approx 1312mm$$

Dimensiunile bobinajului şi numărul de spire al celor 13 solenoizi conectaţi în paralel sunt prezentate centralizat în tabelul A2.

Tabelul A2

Solenoid \ $Z$ = 0,076 Ω \ $d1 \div d13$ = 0,66825÷1,3135 $m$ \ $p$ = 0,0184 $m$ \ $b$ = 0,0159 $m$ \c = 0,0123125 $m$ \ ρ = 4,53536276002029E-8 Ω·$m$; $k_M$= 1,318

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) 2 × $w$(1) = = 2 × 15,5 | 2 × $a$(1) = = 2 × 0,2852 ($m$) | $L$(1) = 0,0031522065 ($H$) | $z$(1) = 0,9903237 (Ω). |
| 2) 2 × $w$(2) = = 2 × 13,4 | 2 × $a$(2) = = 2 × 0,2465 ($m$) | $L$(2) = 0,0031380855 ($H$) | $z$(2) = 0,985884 (Ω). |
| 3) 2 × $w$(3) = = 2 × 12 | 2 × $a$(3) = = 2 × 0,2208 ($m$) | $L$(3) = 0,0031515845 ($H$) | $z$(3) = 0,990122 (Ω). |
| 4) 2 × $w$(4) = = 2 × 10,9 | 2 × $a$(4) = = 2 × 0,2005 ($m$) | $L$(4) = 0,0031431096 ($H$) | $z$(4) = 0,987459 (Ω). |
| 5) 2 × $w$(5) = = 2 × 10,1 | 2 × $a$(5) = = 2 × 0,1858 ($m$) | $L$(5) = 0,0031428951 ($H$) | $z$(5) = 0,987391 (Ω). |
| 6) 2 × $w$(6) = = 2 × 9,5 | 2 × $a$(6) = = 2 × 0,1748 ($m$) | $L$(6) = 0,0031440739 ($H$) | $z$(6) = 0,987761 (Ω). |
| 7) 2 × $w$(7) = = 2 × 9,1 | 2 × $a$(7) = = 2 × 0,1674 ($m$) | $L$(7) = 0,0031629828 ($H$) | $z$(7) = 0,993702 (Ω). |
| 8) 2 × $w$(8) = = 2 × 8,7 | 2 × $a$(8) = = 2 × 0,1600 ($m$) | $L$(8) = 0,0031387246 ($H$) | $z$(8) = 0,986082 (Ω). |
| 9) 2 × $w$(9) = = 2 × 8,5 | 2 × $a$(9) = = 2 × 0,1564 ($m$) | $L$(9) = 0,0031487925 ($H$) | $z$(9) = 0,989246 (Ω). |
| 10) 2 × $w$(10) = = 2 × 8,4 | 2 × $a$(10) = = 2 × 0,1545 ($m$) | $L$(10) = 0,003160000 ($H$) | $z$(10) = 0,99276 (Ω). |
| 11) 2 × $w$(11) = = 2 × 8,3 | 2 × $a$(11) = = 2 × 0,1527 ($m$) | $L$(11) = 0,003132788 ($H$) | $z$(11) = 0,98422 (Ω). |
| 12) 2 × $w$(12) = = 2 × 8,4 | 2 × $a$(12) = = 2 × 0,1545 ($m$) | $L$(12) = 0,003140301 ($H$) | $z$(12) = 0,98658 (Ω). |
| 13) 2 × $w$(13) = = 2 × 8,6 | 2 × $a$(13) = = 2 × 0,1582 ($m$) | $L$(13) = 0,003134652 ($H$) | $z$(13) = 0,98481 (Ω). |

$Z$_calculat = 0,0760133834 Ω

Eroarea (d$Z$) = 1,33834E-5 Ω; Eroarea relativă procentuală (100 · d$Z/Z$) = 0,017 %.

Înălţimea bobinajului realizat din 13 solenoizi conectaţi în paralel este (vezi tabelul A2): $h$ = 570 $mm$ > $h_{adm}$ =450 $mm$.

Reducerea în continuare a înălţimii bobinajului, în ipoteza în care se menţine aceeaşi densitate de curent (secţiunea spirelor rămâne nemodificată), poate fi realizată prin majorarea diametrului bobinei.

În tabelul A3 sunt prezentate centralizat principalele elemente

constructive ale bobinajului ($N$, $w_i$ şi $h$) calculate cu ajutorul programului *software* specializat, pentru următoarele trei tipovariante de bobine:

a) "Bob:9/1380" $\Leftrightarrow N = 9$; $d_E \approx 1380$ $mm \Rightarrow h = 480$ $mm > h_{adm} = 450$
b) "Bob:9/1500" $\Leftrightarrow N = 9$; $d_E \approx 1500$ $mm \Rightarrow h = 422$ $mm < h_{adm} = 450$
c) "Bob:13/1500" $\Leftrightarrow N = 13$; $d_E \approx 1500$ $mm \Rightarrow$ h = 420 $mm < h_{adm} = 450$

Numai variantele constructive b) şi c) satisfac cerinţele tehnice privind dimensiunile de gabarit impuse şi ca urmare vor fi analizate în paralel în paragrafele următoare.

Tabelul A3

Bobina \ Z = 0,076 Ω \ d1 ÷ d9 = 0,94 ÷ 1,369 *m* \ *p* = 0,02455 *m* \ *b* = 0,02205 *m* \ *c* = 0,0123125 *m* \ ρ = 4,45797395569085E-8 Ω · *m* \ $k_M$ = 1,318

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) 2 × *w*(1) = = 2 × 9,8 | 2 × *a*(1) = = 2 × 0,24059 *m* | *L*(1) = 0,0021791480 *H* | *z*(1) = 0,6846160 Ω. |
| 2) 2 × *w*(2) = = 2 × 8,9 | 2 × *a*(2) = = 2 × 0,21849 *m* | *L*(2) = 0,0021891598 *H* | *z*(2) = 0,6877600 Ω. |
| 3) 2 × *w*(3) = = 2 × 8,2 | 2 × *a*(3) = = 2 × 0,20131 *m* | *L*(3) = 0,0021777506 *H* | *z*(3) = 0,6841749 Ω. |
| 4) 2 × *w*(4) = = 2 × 7,8 | 2 × *a*(4) = = 2 × 0,19149 *m* | *L*(4) = 0,0021951902 *H* | *z*(4) = 0,6896536 Ω. |
| 5) 2 × *w*(5) = = 2 × 7,4 | 2 × *a*(5) = = 2 × 0,18167 *m* | *L*(5) = 0,0021687648 *H* | *z*(5) = 0,6813519 Ω. |
| 6) 2 × *w*(6) = = 2 × 7,2 | 2 × *a*(6) = = 2 × 0,17676 *m* | *L*(6) = 0,0021658009 *H* | *z*(6) = 0,6804213 Ω. |
| 7) 2 × *w*(7) = = 2 × 7,2 | 2 × *a*(7) = = 2 × 0,17676 *m* | *L*(7) = 0,0021919016 *H* | *z*(7) = 0,6886223 Ω. |
| 8) 2 × *w*(8) = = 2 × 7,2 | 2 × *a*(8) = = 2 × 0,17676 *m* | *L*(8) = 0,0021824236 *H* | *z*(8) = 0,6856461 Ω. |
| 9) 2 × *w*(9) = = 2 × 7,3 | 2 × *a*(9) = = 2 × 0,17921 *m* | *L*(9) = 0,0021645111 *H* | *z*(9) = 0,6800209 Ω. |

Z_calculat = 0,0760755387 Ω
Eroarea (*dZ*) = 7,55387*E*-5 Ω; Eroarea relativă procentuala (100·*dZ*/*Z*) = 0,099 %.

---

Bobina \ *Z* = 0,076 Ω \ *d*1 ÷ *d*9 = 1,0645 ÷ 1,4935 *m* \ *p* = 0,02455 *m* \ *b* = 0,02205 *m* \ *c* = 0,0123125 *m* \ ρ = 4,45797395569085$E^{-8}$ Ω·*m*

Ajustare

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) 2 × *w*(1) = = 2 × 8,6 | 2 × *a*(1) = = 2 × 0,21113 *m* | *L*(1) = 0,002187028 *H* | *z*(1) = 0,6870915 Ω. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2) 2 × *w*(2) =<br>= 2 × 7,8 | 2 × *a*(2) =<br>= 2 × 0,19149 *m* | *L*(2) = 0,002173042 *H* | *z*(2) = 0,6826964 Ω. |
| 3) 2 × *w*(3) =<br>= 2 × 7,3 | 2 × *a*(3) =<br>= 2 × 0,179215 *m* | *L*(3) = 0,002179534 *H* | *z*(3) = 0,6847352 Ω. |
| 4) 2 × *w*(4) =<br>= 2 × 6,9 | 2 × *a*(4) =<br>= 2 × 0,169395 *m* | *L*(4) = 0,002167648 *H* | *z*(4) = 0,6810007 Ω. |
| 5) 2 × *w*(5) =<br>= 2 × 6,7 | 2 × *a*(5) =<br>= 2 × 0,164485 *m* | *L*(5) = 0,002182955 *H* | *z*(5) = 0,6858101 Ω. |
| 6) 2 × *w*(6) =<br>= 2 × 6,6 | 2 × *a*(6) =<br>= 2 × 0,16203 *m* | *L*(6) = 0,002199372 *H* | *z*(6) = 0,6909682 Ω. |
| 7) 2 × *w*(7) =<br>= 2 × 6,5 | 2 × *a*(7) =<br>= 2 × 0,159575 *m* | *L*(7) = 0,002183229 *H* | *z*(7) = 0,6858976 Ω. |
| 8) 2 × *w*(8) =<br>= 2 × 6,5 | 2 × *a*(8) =<br>= 2 × 0,159575 *m* | *L*(8) = 0,002168992 *H* | *z*(8) = 0,6814263 Ω. |
| 9) 2 × *w*(9) =<br>= 2 × 6,7 | 2 × *a*(9) =<br>= 2 × 0,164485 *m* | *L*(9) = 0,002186326 *H* | *z*(9) = 0,6868741 Ω. |

*Z*_calculat = 0,07612821709 Ω

Eroarea (d*Z*) = 0,000128217099 Ω; Eroarea relativa procentuala (100·d*Z*/*Z*) = 0,1687 %.

---

Bobina \ *Z* = 0,076 Ω \ *d*1 ÷ *d*13 = 0,85 ÷ 1,4935 *m* \ *p* = 0,0184 *m* \ *b* = 0,0159 *m* *c* = 0,0123125 *m* \ ρ = 4,53576864535769E-8 Ω·m:

Ajustare

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1) 2 × *w*(1) =<br>= 2 × 11,4 | 2 × *a*(1) =<br>= 2 × 0,20976 *m* | *L*(1) = 0,00315128 *H* | *z*(1) = 0,990029 Ω. |
| 2) 2 × *w*(2) =<br>= 2 × 10,1 | 2 × *a*(2) =<br>= 2 × 0,18584 *m* | *L*(2) = 0,00312740 *H* | *z*(2) = 0,982524 Ω. |
| 3) 2 × *w*(3) =<br>= 2 × 9,3 | 2 × *a*(3) =<br>= 2 × 0,17112 *m* | *L*(3) = 0,00315500 *H* | *z*(3) = 0,991194 Ω. |
| 4) 2 × *w*(4) =<br>= 2 × 8,6 | 2 × *a*(4) =<br>= 2 × 0,15824 *m* | *L*(4) = 0,00313879 *H* | *z*(4) = 0,986102 Ω. |
| 5) 2 × *w*(5) =<br>= 2 × 8,1 | 2 × *a*(5) =<br>= 2 × 0,14904 *m* | *L*(5) = 0,00313677 *H* | *z*(5) = 0,985466 Ω. |
| 6) 2 × *w*(6) =<br>= 2 × 7,7 | 2 × *a*(6) =<br>= 2 × 0,14168 *m* | *L*(6) = 0,00312667 *H* | *z*(6) = 0,982294 Ω. |
| 7) 2 × *w*(7) =<br>= 2 × 7,5 | 2 × *a*(7) =<br>= 2 × 0,13800 *m* | *L*(7) = 0,00316270 *H* | *z*(7) = 0,993613 Ω. |
| 8) 2 × *w*(8) =<br>= 2 × 7,2 | 2 × *a*(8) =<br>= 2 × 0,13248 *m* | *L*(8) = 0,00311977 *H* | *z*(8) = 0,980127 Ω. |
| 9) 2 × *w*(9) =<br>= 2 × 7,1 | 2 × *a*(9) =<br>= 2 × 0,13064 *m* | *L*(9) = 0,00313504 *H* | *z*(9) = 0,984926 Ω. |
| 10) 2 × *w*(10) =<br>= 2 × 7,1 | 2 × *a*(10) =<br>= 2 × 0,13064 *m* | *L*(10) = 0,0031659 *H* | *z*(10) = 0,99463 Ω. |
| 11) 2 × *w*(11) =<br>= 2 × 7,1 | 2 × *a*(11) =<br>= 2 × 0,13064 *m* | *L*(11) = 0,0031639 *H* | *z*(11) = 0,99400 Ω. |
| 12) 2 × *w*(12) =<br>= 2 × 7,1 | 2 × *a*(12) =<br>= 2 × 0,13064 *m* | *L*(12) = 0,0031253 *H* | *z*(12) = 0,98189 Ω. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13) 2 × $w$(13) = = 2 × 7,3 | 2 × $a$(13) = = 2 × 0,13432 $m$ | $L$(13) = 0,0031352 $H$ | $z$(13) = 0,98499 Ω. |

$Z$_calculat = 0,0759260211536363 Ω
Eroarea (d$Z$) = 7,39788463636898$E$-5 Ω; Eroarea relativă procentuală (100·d$Z$/$Z$) = 0,0973405873206445 %.

## A.2.3. Calculul pierderilor în regim permanent de funcţionare

Pentru bobinajul realizat din conductori de aluminiu clasa F de izolaţie,valoarea pierderilor se determină la temperatura de referinţă: θ = 115°$C$. Se aplica formula(49)

$$P = 14{,}20\cdot 10^{-12}\cdot k_s \cdot M \cdot j^2;$$

unde:

$$k_s = 1 + k_0 \cdot k_q \cdot k_\rho \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{h}\right)^2 \cdot \left(\frac{f}{50}\right)^2 \cdot 10^{-3} \text{ [vezi formula (45)]},$$

iar masa netă „$M$” se determină cu relaţia:

$$M = \rho\cdot\pi\cdot\left(\sum_{1}^{9} d_{i}\cdot w_i\right)\cdot n\cdot s_c \,.$$

Pentru Bobina 9/1500 ⇒

$$k_s = 1 + 18{,}8\cdot 272{,}95\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}37\cdot[(17{,}2 + 15{,}6 + 14{,}6 + 13{,}8 + 13{,}4 + 13{,}2 + 13 + 13 + 13{,}4)/0{,}422]^2\cdot 10^{-3} = 1 + 0{,}1725 = 1{,}1725;$$

$$M = 2{,}7\cdot\pi\cdot(1064{,}5\cdot 17{,}2 + 1118{,}125\cdot 15{,}6 + 1171{,}75\cdot 14{,}6 + 1225{,}375\cdot 13{,}8 + 1279\cdot 13{,}4 + 1332{,}625\cdot 13{,}2 + 1386{,}25\cdot 13 + 1439{,}875\cdot 13 + 1493{,}5\cdot 13{,}4)\cdot 10\cdot 20{,}6\cdot 10^{-6} \approx 282\ kg;$$

$$j = 1{,}3484\cdot 10^6\ A/m^2;$$

$$P = 14{,}20\cdot 10^{-12}\cdot 1{,}1725\cdot 282\cdot(1{,}3484\cdot 10^6)^2 = 8536{,}65\ W$$

Pentru Bobina 13/1500 ⇒

$$k_s = 1 + 19\cdot 193{,}45\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}37\cdot[(22{,}8 + 20{,}2 + 18{,}6 + 17{,}2 + 16{,}2 + 15{,}4 + 15 + 14{,}4 + 14{,}2 + 14{,}2 + 14{,}2 + 14{,}2 + 14{,}6)/0{,}420]^2\cdot 10^{-3} = 1 + 0{,}34388 \approx 1{,}344.$$

$$M = 2{,}7\cdot\pi\cdot(850\cdot 22{,}8 + 903{,}625\cdot 20{,}2 + 957{,}25\cdot 18{,}6 + 1010{,}875\cdot 17{,}2 + 1064{,}5\cdot 16{,}2 + 1118{,}125\cdot 15{,}4 + 1171{,}75\cdot 15 + 1225{,}375\cdot 14{,}4 + 1279\cdot 14{,}2 + 1332{,}625\cdot 14{,}2 + 1386{,}25\cdot 14{,}2 +$$

$$+1439,875 \cdot 14,2 + 1493,5 \cdot 14,6) \cdot 10 \cdot 14,6 \cdot 10^{-6} = 299,11\ kg;$$

$$j = 1,317 \cdot 10^{6}\ A/m^2;$$

$$P = 14,20 \cdot 10^{-12} \cdot 1,344 \cdot 299,11 \cdot (1,317 \cdot 10^6)^2 = 9901,25\ W$$

Observaţie: valoarea pierderilor în regim permanent a bobinei 9/1500 este mai mică cu 1364 W comparativ cu bobina 13/1500 si ca urmare varianta constructivă ”Bob:9/1500” se impune a fi adoptată.

### A.2.4. Verificarea încălzirii în regim nominal de funcţionare

Pentru calculul pierderilor specifice se aplică formula (63):

$$\Delta p = 2,0574 \cdot 10^{-10} \cdot k_s \cdot b \cdot j^2 \quad [\frac{W}{m^2 \cdot {}^\circ C}];$$

Încălzirea este corespunzătoare dacă este îndeplinită inecuaţia (65):

$$\Delta p \leq \Delta p_{adm} = k \cdot \alpha_{1con}.$$

Mărimile $\alpha_{1con}$ şi $k$ se determină din diagramele din figura 8 şi 9 sau analitic cu ajutorul formulelor (21-2) şi (21-3), în funcţie de înălţimea bobinajului ($h_{bob} \approx 0,450\ m$), de lăţimea canalelor de răcire ($k_0 = \Delta = 1,4 cm$) şi de încălzirea $\vartheta = 100\ {}^\circ C$ (corespunzătoare pentru clasa F de izolaţie) $\Rightarrow$

$$\Delta p_{adm} = k \cdot \alpha_{1con} = 1,185 \cdot 5,460 = 6,470 \frac{W}{m^2 \cdot {}^\circ C}$$

Pentru Bobina 9/1500 $\Rightarrow$

$h \approx 450\ mm$

$$\Delta p = 2,0574 \cdot 10^{-10} \cdot 1,175 \cdot 13 \cdot 10^{-3} (1,3484 \cdot 10^6)^2 = 5,70 \leq \Delta p_{adm} =$$

$$= 6,470 \frac{W}{m^2 \cdot {}^\circ C}$$

Pentru Bobina 13/1500 $\Rightarrow$

$$\Delta p = 2,0574 \cdot 10^{-10} \cdot 1,344 \cdot 13 \cdot 10^{-3} (1,317 \cdot 10^6)^2 = 6,235 \leq$$

$$\leq \Delta p_{adm} = 6,470 \frac{W}{m^2 \cdot {}^\circ C}$$

### A.2.5 Verificarea funcţionarii la curentul nominal de scurtă durată

a) Se aplica formula (66):

$$T_1 = \theta + a \cdot j_{sc}^2 \cdot t \cdot 10^{-3}\ [°C]$$

şi se verifică inecuaţia (67): $T_1 \leq T_2$; Pentru bobinajul de aluminiu clasa F de izolaţie (vezi tabelele 2 şi 3) ⇒

$\theta$ =140 °$C$ (vezi tabelul 1) şi $a = a\left(\frac{\theta + T_2}{2}\right) = a\left(\frac{140+200}{2}\right) = a(170) = 17{,}85$.

Pentru Bobina 9/1500 ⇒

$$T_1 = 140 + 17{,}85 \left(\frac{50000}{9 \cdot 206}\right)^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 179 \leq T_2 = 200\ °C$$

Pentru Bobina 13/1500 ⇒

$$T_1 = 140 + 17{,}85 \left(\frac{50000}{13 \cdot 146}\right)^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 177{,}17 \leq T_2 = 200°C$$

b) Se aplica formula(68): $j_{sc}^2 \cdot t = \frac{c_0 \cdot \gamma}{k_S \cdot \alpha \cdot \rho_0} \cdot \ln\frac{1+\alpha \cdot T_2}{1+\alpha \cdot \theta}$

şi se verifica inecuaţia (69): $t \geq t_N$;

Pentru Bob 9/1500 ⇒

$$\left(\frac{50000}{9 \cdot 206 \cdot 10^{-6}}\right)^2 \cdot t = \frac{387 \cdot 2{,}7 \cdot 10^3}{1{,}175 \cdot 408 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{39{,}416} \cdot 10^{-6}} \cdot \ln\frac{1+408 \cdot 10^{-5} \cdot 200}{1+408 \cdot 10^{-5} \cdot 140} \Rightarrow$$

$$t = 1{,}71 < t_N = 3\ s$$

Pentru Bob13/1500 ⇒

$$\left(\frac{50000}{13 \cdot 146 \cdot 10^{-6}}\right)^2 \cdot \mathrm{t} = \frac{387 \cdot 2{,}7 \cdot 10^3}{1{,}344 \cdot 408 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{39{,}416} \cdot 10^{-6}} \cdot \ln\frac{1+408 \cdot 10^{-5} \cdot 200}{1+408 \cdot 10^{-5} \cdot 140} \Rightarrow$$

$$t = 1{,}567 < t_N = 3\ s$$

Observaţie: Pentru siguranţă în exploatare se impune ca durata de funcţionare a bobinei la curentul nominal de scurtă durată de 50000 A sa fie limitată la o valoare de maximum 1,5 secunde. In ipoteza in care durata de funcţionare de t=3 secunde nu poate fi diminuată,

atunci este necesară redimensionarea bobinei. Se menţine clasa F de izolaţie a bobinei, dar se majorează secţiunea spirelor astfel încât supratemperatura înregistrată la sarcina nominală să aibă o valoare $\vartheta \leq \vartheta_p$; unde supratemperatura"$\vartheta_p$" are o valoare predeterminată situată sub valoarea maximă admisibilă a clasei F de izolaţie ($\vartheta_a$ = 100°C ). Pentru valoarea predeterminată $\vartheta_p << \vartheta_a$ = 100°C se calculează $\alpha_{con}$ cu formula (21-4), şi apoi in funcţie de această valoare se determină valoarea densităţii de curent "j" la sarcina nominală. Algoritmul de calcul este similar cu cel prezentat in capitolele 4 si 7. Durata "*t* " calculată cu relaţia (68) poate fi majorată, deoarece valoarea $T_2$=200°C rămâne nemodificata, iar mărimile "$\theta=40+\vartheta_p$" şi implicit "$j_{sc}$" pot fi diminuate succesiv astfel încât valoarea "t" sa rezulte minim 3 secunde. Exemplu:

Se adopta $\vartheta_p$=70°C$\Rightarrow$ $\theta=40+\vartheta_p$=110°C; din relaţia (21-4)$\Rightarrow$ $\alpha_{con}=5{,}926\frac{W}{m^2\cdot°C}$; din relaţiile (44) si (58) în care s-a efectuat substituţia "$\Delta p = \alpha_{con}$" $\Rightarrow$ j=1,20·10$^6$ A/m$^2$ $\Rightarrow$ $j_{sc}=\frac{I_{sc}}{I_n}\cdot j=\frac{50000}{2500}\cdot 1{,}20\cdot 10^6=24\cdot 10^6$ A/m$^2$. Înlocuind în formula(68) toate aceste valori şi considerând valoarea coeficientului pierderilor suplimentare $k_s$ practic nemodificata, rezultă pentru "Bob 9/1500" t=3,36 > $t_N = 3\ s$.

### A.2.6 Verificarea la forţele electromagnetice

#### A.2.6.1 Eforturile ce acţionează pe unitatea de lungime a spirei se determină cu relaţia (78):

$$F_C \approx 4{,}24\cdot 10^{-7}\cdot\frac{1}{b\cdot N}\cdot\sum_1^N w_i\cdot(I_d)^2\cdot A_h \quad [N/m],$$

iar lungimea „$l_d$" maximă admisibilă a porţiunii de spire încastrate între două distanţoare consecutive se determină din relaţia (83), în care s-a înlocuit mărimea „σ" cu „$\sigma_{adm}$":

$$\sigma_{adm} = \sqrt[3]{\frac{F_C^2 \cdot ld^2 \cdot E}{6 \cdot \left(\sum s_C\right)^2}} \ [N/m^2] \Leftrightarrow l_d \leq \left(\frac{6}{E}\right)^{1/2} \cdot \frac{\sum s_C}{F_C} \cdot \sigma_{adm}^{3/2}$$

Pentru Bobina 9/1500 ⇒

$$F_C \approx 4{,}24 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{127{,}2/9}{227{,}5 \cdot 10^{-3}} \cdot 125000^2 \cdot 0{,}3 = 123{,}5 \cdot 10^3 \quad N/m$$

$$l_d \leq \left(\frac{6}{7{,}063 \cdot 10^{11}}\right)^{1/2} \cdot \frac{206 \cdot 10^{-6}}{123{,}5 \cdot 10^3} \cdot \left(15 \cdot 10^7\right)^{3/2} = 8{,}93 \cdot 10^{-3} \ \text{m.}$$

Pentru Bobina 13/1500 ⇒

$$F_C \approx 4{,}24 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{211{,}2/13}{334{,}75 \cdot 10^{-3}} \cdot 125000^2 \cdot 0{,}46 = 147{,}9 \cdot 10^3 \quad N/m$$

$$l_d \leq \left(\frac{6}{7{,}063 \cdot 10^{11}}\right)^{1/2} \cdot \frac{146 \cdot 10^{-6}}{147{,}9 \cdot 10^3} \cdot \left(15 \cdot 10^7\right)^{3/2} = 5{,}28 \cdot 10^{-3} \text{m}$$

Eforturilor ce acţionează pe unitatea de lungime a spirei se determina cu relaţia (87):

$$F_l = 10^{-7} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i}{h} \cdot \left(\frac{I_d}{N}\right)^2 \cdot \beta \quad [N/m],$$

iar lungimea "$l_d$" maximă admisibilă a porţiunii de spire încastrate între două distanţoare consecutive se determină din relaţia (86), în care s-a înlocuit mărimea „$F_{adm}$" cu „$F_l$" ⇒

$$l_d \leq \frac{\sum s_C}{F_l} \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot \sigma_{adm}^3}{E}} \quad [m].$$

Pentru Bobina 9/1500 ⇒

$$F_l = 10^{-7} \cdot \frac{127{,}2}{0{,}422} \cdot \left(\frac{125000}{9}\right)^2 \cdot 3 = 17{,}443 \cdot 10^3 \ N/m \Rightarrow$$

$$l_d \le \frac{206\cdot10^{-6}}{17{,}443\cdot10^{3}}\cdot\sqrt{\frac{24\cdot\left(15\cdot10^{7}\right)^{3}}{7{,}063\cdot10^{11}}}=0{,}12647\ m.$$

Pentru Bobina 13/1500 ⇒

$$F_l = 10^{-7}\cdot\frac{211{,}2}{0{,}420}\cdot\left(\frac{125000}{13}\right)^{2}\cdot2{,}35=10{,}925\cdot10^{3}\,N/m \Rightarrow$$

$$l_d \le \frac{146\cdot10^{-6}}{10{,}925\cdot10^{3}}\cdot\sqrt{\frac{24\cdot\left(15\cdot10^{7}\right)^{3}}{7{,}063\cdot10^{11}}} = 0{,}1431m.$$

### A.2.6.2 Forţele electrodinamice care acţionează între bobine

a) cazul montajului suprapus (cele trei bobine monofazate sunt identice şi sunt montate suprapus pe aceeaşi verticală a locului); se aplică formulele (95) şi (96):

$$F_{atr}=\frac{1}{4}\cdot I_d^2\cdot w^2\cdot\varphi_a\ [N];\quad F_{resp}=3\cdot F_{atr}\ [N];$$

Pentru Bobina 9/1500 ⇒ din figura 17, pentru $S = 0{,}6 \cdot d_m$ şi $h/d_m = 422/1270 = 0{,}33$ ⇒

$$\varphi_a = 19\cdot10^{-8}$$

$$F_{atr}=\frac{1}{4}\cdot125000^2\cdot\left(\frac{127{,}2}{9}\right)^{2}\cdot19\cdot10^{-8}=148{,}25\cdot10^{3}\ [N];$$

$$F_{resp}=3\cdot148{,}25\cdot10^{3}=444{,}76\cdot10^{3}\ [N];$$

Pentru Bob13/1500 ⇒din figura 17, pentru $S = 0{,}6 \cdot d_m$ şi $h/d_m = 420/1171{,}75 = 0{,}36$ ⇒

$$\varphi_a = 18{,}5\cdot10^{-8}$$

$$F_{atr}=\frac{1}{4}\cdot125000^2\cdot\left(\frac{211{,}2}{13}\right)^{2}\cdot18{,}5\cdot10^{-8}=190{,}74\cdot10^{3}\ [N];$$

$$F_{resp}=3\cdot190{,}74\cdot10^{3}=572{,}2\cdot10^{3}\ [N];$$

b) cazul montajului alăturat (cele trei bobine sunt montate în linie în acelaşi plan orizontal); se aplică formulele (98)şi (99):

$$F_{atr} = \frac{1}{4} \cdot I_d^2 \cdot w^2 \cdot \varphi_r \quad [N]; \ F_{resp} = 3 \cdot F_{atr} \quad [N];$$

Pentru Bobina 9/1500 $\Rightarrow$ din figura 18, pentru $S = 1{,}5 \cdot d_m$ şi $h/d_m = 422/1270 = 0{,}33 \Rightarrow$

$$\varphi_r = 5 \cdot 10^{-8}$$

$$F_{atr} = \frac{1}{4} \cdot 125000^2 \cdot \left(\frac{127{,}2}{9}\right)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-8} = 39{,}013 \cdot 10^3 \ [N];$$

$$F_{resp} = 3 \cdot 39{,}013 \cdot 10^3 = 117{,}04 \cdot 10^3 \ [\mathrm{N}].$$

Pentru Bobina 13/1500 $\Rightarrow$ din figura 18, pentru

$$S = 1{,}5 \cdot d_m \text{ şi } h/d_m = 420/1171{,}75 = 0{,}36 \Rightarrow$$

$$\varphi_r = 4{,}5 \cdot 10^{-8}$$

$$F_{atr} = \frac{1}{4} \cdot 125000^2 \cdot \left(\frac{211{,}2}{13}\right)^2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-8} = 46{,}39 \cdot 10^3 \ [N];$$

$$F_{resp} = 3 \cdot 46{,}39 \cdot 10^3 = 139{,}19 \cdot 10^3 \ [N]$$

## Bibliografie:

[1] Rudemberg R., *Fenomene tranzitorii în sistemele electromagnetice*, Bucureşti, Ed. Tehnica, 1959.

[2] Leites L.V., *Calcule electromagnetice ale transformatoarelor*, Moscova, Energhia, 1981.

[3] Kalantarov P.L. şi Teitlin L.A., *Calculul inductanţelor* (traducere din lb. rusă), Bucureşti, Ed. Tehnica, 1958.

[4] Jezierski E, Gogolevski Z., Kopczynski Z. şi Szmit I., *Transformatoare electrice, Constructie şi proiectare* (traducere din lb. polonă, adaptată şi completată), Bucureşti, Ed. Tehnică, 1966.

[5] Timotin A., Hortopan V., Ifrim A., Preda M., *Lecţii de Bazele Electrotehnicii*, Bucureşti, Ed. Didactică şi Pedagogică, 1970.

[6] Babikov M.A., *Aparate electrice vol*. III - *Aparate electrice de înaltă tensiune* (traducere din lb. rusă, adaptată şi comentată), Bucureşti, Ed. Tehnica, 1965.

[7] Gheorghiu I., Fransua A., Tratat de maşini electrice volumul al II-lea Transformatoare, Bucureşti, Ed. Academiei, 1970.

[8] Bala C. s.a., *Bobine de reactanţa pentru sisteme energetice*, Bucureşti, Ed. Tehnică, 1982.

[9] Hütte, Manualul inginerului, Volumul I (traducere îngrijită de prof. dr. ing. Remus Răduleţ după ediţia a 27-a germană), Bucureşti, Ed. Tehnică, 1949.

[10]CEI 60076-6: 2007, Bobine de reactanţă.

[11]Hortopan Gh., *Aparate electrice*, Bucureşti, Ed. Didactica şi Pedagogica, 1972.

[12]Constantin Viorel Marin, Doina Marin, *Contribuţii la determinarea coeficientului de transmisie a căldurii prin conducţie şi convecţie la transformatoarele electrice uscate*, Electronica, Electrotehnica, Automatica, 47 (1999), Nr. 11-12

